

Estructuras de acero: Problemas Cercha

Se pretende dimensionar las barras de la cercha de una nave situada en Albacete, de 18 m de luz, 5 m de altura de pilares, con un 20% de pendiente de cubierta. La separación de los pilares es de 6 m, tanto en sentido longitudinal como transversal (hastial). La longitud de la nave es de 60 m.

Se emplearán perfiles angulares de lados iguales.

Las correas, ya dimensionadas, serán perfiles IPE 120, colocando tirantillas en el plano medio del faldón. Se han calculado como vigas continuas de dos vanos, con unas cargas obtenidas (ya mayoradas) de: $q_y = 0,42 \text{ kN/m}$; $q_z = 2,35 \text{ kN/m}$.

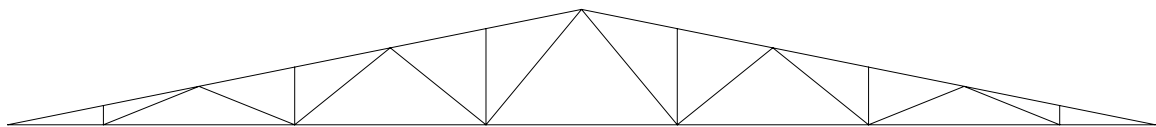


Figura 1. Cercha objeto de estudio.

Obtención de la carga por nudo

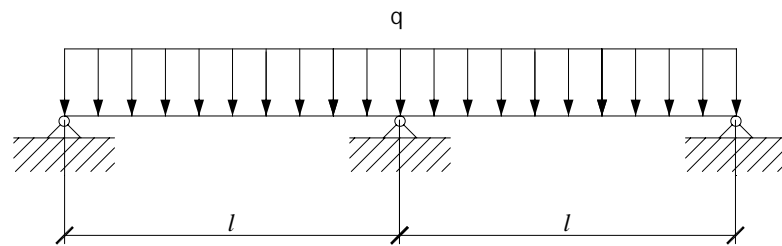


Figura 2. Modelización de la correa.

La mayor carga que transmite la correa corresponde al apoyo central, y su valor es:

$$R = 1,25 \cdot q_z \cdot l = 1,25 \cdot 2,35 \cdot 6 = 17,625 \text{ kN}$$

Este valor es perpendicular al faldón. Su proyección vertical vale:

$$R_v = \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{17,625}{\cos 11,31} = 17,97 \text{ kN}$$

A este valor habrá que sumar a la carga vertical de cada nudo la repercusión del peso de la cercha. Como peso supuesto de la cercha se adopta el valor del 80 por ciento de la luz, en kg/m². Así, el peso supuesto total será:

$$P_{sc} = (0,80 \cdot luz) \cdot luz \cdot S_{cerchas} = 0,80 \cdot 18^2 \cdot 6 = 1555,2 \text{ kg}$$

A cada nudo le corresponde:

$$P_{sc.nudo} = \frac{P_{sc}}{12} = \frac{1555,2}{12} = 129,6 \text{ kg}$$

Mayorando este valor:

$$P_{sc.nudo}^* = \gamma_G \cdot P_{sc.nudo} = 1,35 \cdot 129,6 = 175,0 \text{ kg} = 1,75 \text{ kN}$$

Por tanto, la carga total por nudo será:

$$P_{nudo} = 17,97 + 1,75 = 19,72 \cong 20,0 \text{ kN}$$

Obtención de las reacciones de la cercha

En este caso, debido a la simetría de cargas y de forma, las reacciones son:

$$R_A = R_B = 6 \cdot P_{nudo} = 6 \cdot 20,0 = 120,0 \text{ kN}$$

Cálculo del par y del tirante

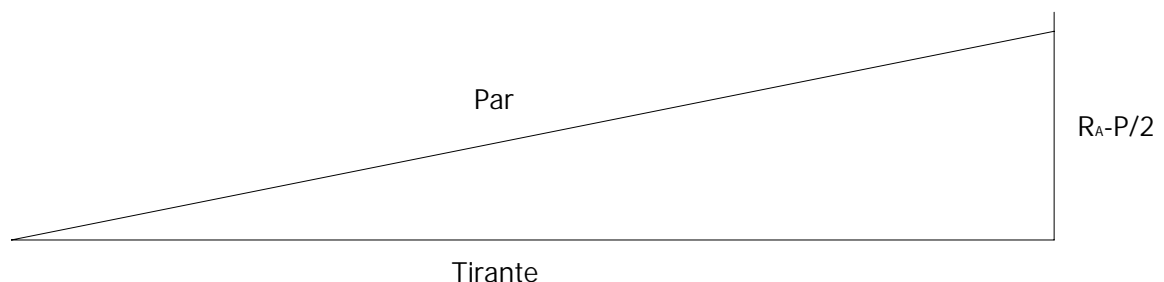


Figura 3: Cálculo del par y del tirante.

Analíticamente se puede escribir:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_A - \frac{P}{2}}{\text{Tirante}} \rightarrow \text{Tirante} = \frac{R_A - \frac{P}{2}}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{120,0 - \frac{20,0}{2}}{\operatorname{tg} 1,31} = 550,0 \text{ kN}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{R_A - \frac{P}{2}}{\text{Par}} \rightarrow \text{Par} = \frac{R_A - \frac{P}{2}}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{120,0 - \frac{20,0}{2}}{\operatorname{sen} 1,31} = 560,89 \text{ kN}$$

Diagrama de Cremona

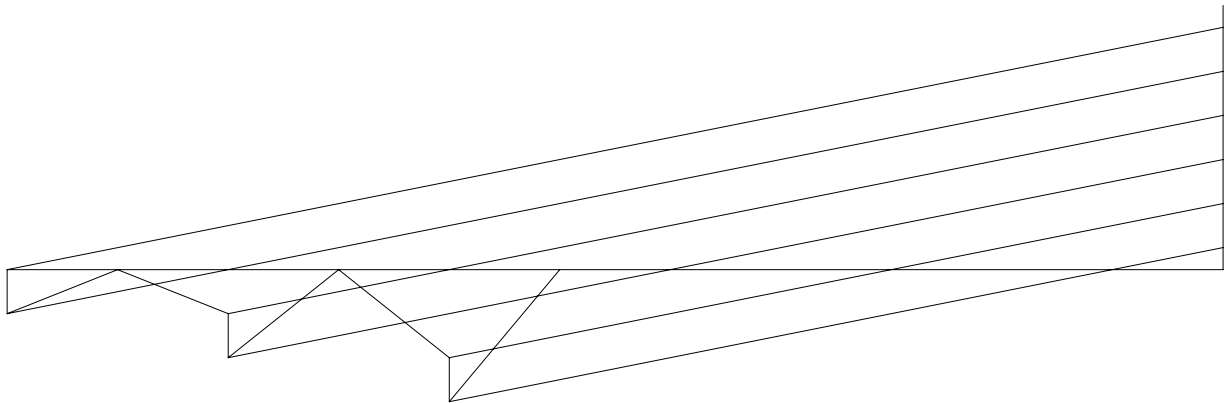


Figura 4: Cremona de la cercha propuesta.

Solicitaciones de las barras (kN)			
Barra 1	-560,89	Barra 10	-20,00
Barra 2	-560,89	Barra 11	+64,03
Barra 3	-458,91	Barra 12	-64,03
Barra 4	-458,91	Barra 13	-20,00
Barra 5	-356,93	Barra 14	+78,10
Barra 6	-356,93	Barra 15	+550,00
Barra 7	-20,00	Barra 16	+500,00
Barra 8	+53,85	Barra 17	+400,00
Barra 9	-53,85	Barra 18	+300,00

Dimensionamiento del tirante

$$N_{Ed} = 550,0 \text{ kN}$$

El esfuerzo debido a la tracción N_{Ed} no podrá superar la resistencia de la sección a tracción $N_{t,Rd}$:

$$N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$$

Como resistencia de las secciones a tracción $N_{t,Rd}$ puede emplearse la resistencia plástica de la sección bruta $N_{pl,Rd}$, sin superar la resistencia última de la sección neta $N_{u,Rd}$:

$$N_{t,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{u,Rd})$$

La resistencia plástica de la sección bruta $N_{pl,Rd}$ es:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd}$$

La resistencia última de la sección neta $N_{u,Rd}$ es:

$$N_{u,Rd} = 0,9 \cdot A_{neta} \cdot f_{ud}$$

Predimensionamiento:

$$A > \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{550000}{\frac{275}{1,05}} = 2100 \text{ mm}^2$$

Como son perfiles 2L, $A > 1050 \text{ mm}^2$.

Por tanto, se elige un perfil 2L 70-8.

Comprobación:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 2 \cdot 1060 \cdot \frac{275}{1,05} = 555238 \text{ N} = 555,24 \text{ kN}$$

$$N_{u,Rd} = 0,9 \cdot A_{neta} \cdot f_{ud} = 0,9 \cdot 2 \cdot 1060 \cdot \frac{410}{1,25} = 625824 \text{ N} = 625,82 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = \min(555,24, 625,82) = 555,24 \text{ kN}$$

Por tanto, $N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$, por lo que el perfil es admisible.

Además se cumple la condición de agotamiento dúctil, al ser $N_{pl,Rd} \leq N_{u,Rd}$

Dimensionamiento del par

$$N_{Ed} = 560,89 \text{ kN}$$

El esfuerzo debido a la compresión N_{Ed} no podrá superar la resistencia de la sección a compresión $N_{c,Rd}$: $N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$

La resistencia a compresión $N_{c,Rd}$ no superará la resistencia plástica de la sección bruta $N_{pl,Rd}$, y será menor que la resistencia última de la barra a pandeo $N_{b,Rd}$.

Como los angulares de lados iguales son simétricos, la resistencia a pandeo será igual en ambos planos, por lo que se la comprobación será única.

Teniendo en cuenta que el axil es superior al del tirante, se tantea con un perfil superior, por ejemplo, un 2L 70-10 ($A=13,1 \text{ cm}^2$, $I=57,2 \text{ cm}^4$), que es de Clase¹ 1 (ver Anejo 1).

Al absorber el axil entre los dos angulares, cada uno de los perfiles ha de soportar una carga de $N_{Ed} = 280,45 \text{ kN}$

Se calcula la esbeltez reducida $\bar{\lambda}_k$, para lo cual previamente es necesario calcular el valor de la carga crítica de Euler N_{cr} para el caso de una barra biarticulada. Así,

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 57,2 \cdot 10^4}{1530^2} = 506445 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_k = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{1310 \cdot 275}{506445}} = 0,84$$

Al perfil L 70-10 le corresponde una curva de pandeo b (tabla 6.2).

Como $\bar{\lambda}_k = 0,84 > 0,20$, el coeficiente de reducción del pandeo χ se obtiene:

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_k - 0,2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right]$$

$\alpha=0,34$ (tabla 6.3). Por tanto

$$\phi = 0,5 \cdot (1 + 0,34 \cdot (0,84 - 0,2) + 0,84^2) = 0,96$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} = \frac{1}{0,96 + \sqrt{0,96^2 - 0,84^2}} = 0,70 < 1$$

¹ En la tabla 8.6 del documento «Estructuras de acero. Bases de cálculo» no se encuentra clasificado este perfil.

Por tanto:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 0,70 \cdot 1310 \cdot \frac{275}{1,05} = 240167 \text{ N}$$

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 1310 \cdot \frac{275}{1,05} = 343095 \text{ N}$$

$$\text{Por tanto, } N_{c,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{b,Rd}) = 240167 \text{ N}$$

De este modo, $280,45 > 240,17$, por lo que el perfil 2L 70-10 no es admisible.

Ahora se tantea con un perfil 2L 100-8 ($A=15,5 \text{ cm}^2$, $I=145 \text{ cm}^4$), que es de Clase² 2 (ver Anejo 1).

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 145 \cdot 10^4}{1530^2} = 1283820 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_k = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{1550 \cdot 275}{1283820}} = 0,58$$

$$\phi = 0,5 \cdot (1 + 0,34 \cdot (0,58 - 0,2) + 0,58^2) = 0,73$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} = \frac{1}{0,73 + \sqrt{0,73^2 - 0,58^2}} = 0,85 < 1$$

Por tanto:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 0,85 \cdot 1550 \cdot \frac{275}{1,05} = 345060 \text{ N}$$

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 1550 \cdot \frac{275}{1,05} = 405952 \text{ N}$$

$$\text{Por tanto, } N_{c,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{b,Rd}) = 345060 \text{ N}$$

² En la tabla 8.6 del documento «Estructuras de acero. Bases de cálculo» no se encuentra clasificado este perfil.

De este modo $N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$ ($280,45 < 345,06$). Por tanto, el perfil 2L 100-8 es admisible.

Dimensionamiento de los montantes

Todos trabajan a compresión, y han de soportar la carga por nudo P . El montante más desfavorable será el de mayor longitud ($l = 150$ cm).

$$N_{Ed} = 20,0 \text{ kN}$$

Se tantea con un perfil L 60-5 ($A=5,82 \text{ cm}^2$, $I=19,4 \text{ cm}^4$), que es de Clase³ 2 (ver Anejo 1).

Al absorber el axil entre los dos angulares, cada uno de los perfiles ha de soportar una carga de $N_{Ed} = 10,0$ kN

Se calcula la esbeltez reducida $\bar{\lambda}_k$, para lo cual previamente es necesario calcular el valor de la carga crítica de Euler N_{cr} para el caso de una barra biarticulada. Así,

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 19,4 \cdot 10^4}{1500^2} = 178706 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_k = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{582 \cdot 275}{178706}} = 0,95$$

Al perfil L 60-5 le corresponde una curva de pandeo b (tabla 6.2).

Como $\bar{\lambda}_k = 0,95 > 0,20$, el coeficiente de reducción del pandeo χ se obtiene:

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_k - 0,2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right]$$

$\alpha=0,34$ (tabla 6.3). Por tanto

$$\phi = 0,5 \cdot (1 + 0,34 \cdot (0,95 - 0,2) + 0,95^2) = 1,08$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} = \frac{1}{1,08 + \sqrt{1,08^2 - 0,95^2}} = 0,63 < 1$$

³ En la tabla 8.6 del documento «Estructuras de acero. Bases de cálculo» no se encuentra clasificado este perfil.

Por tanto:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 0,63 \cdot 582 \cdot \frac{275}{1,05} = 96030 \text{ N}$$

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 582 \cdot \frac{275}{1,05} = 152429 \text{ N}$$

Por tanto, $N_{c,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{b,Rd}) = 96030 \text{ N}$

De este modo, $N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$ ($10,0 < 96,03$) y el perfil 2L 60-5 es admisible.

Dimensionamiento de las diagonales

Las diagonales interiores son las que más trabajan. La que nace de la cumbrera (barra 14) trabaja a tracción (78,10 kN), mientras que la siguiente en proximidad a la cumbrera ha de soportar una carga de compresión de 64,03 ($l = 192,1 \text{ cm}$).

- Comprobación a tracción de la barra 14

$$N_{Ed} = 78,10 \text{ kN}$$

Se tantea con un perfil 2L 60-5.

La resistencia plástica de la sección bruta $N_{pl,Rd}$ es:

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 2 \cdot 582 \cdot \frac{275}{1,05} = 304857 \text{ N} = 304,86 \text{ kN}$$

La resistencia última de la sección neta $N_{u,Rd}$ es:

$$N_{u,Rd} = 0,9 \cdot A_{neta} \cdot f_{ud} = 0,9 \cdot 2 \cdot 582 \cdot \frac{410}{1,25} = 343613 \text{ N} = 343,61 \text{ kN}$$

$$N_{t,Rd} = \min(304,86; 343,61) = 304,86 \text{ kN}$$

Por tanto, $N_{Ed} \leq N_{t,Rd}$, por lo que el perfil es admisible.

Además se cumple la condición de agotamiento dúctil, al ser $N_{pl,Rd} \leq N_{u,Rd}$

- Comprobación a compresión de la barra 12

$$N_{Ed} = 64,03 \text{ kN}$$

Esta carga deberá ser soportada entre los dos angulares, por lo que cada uno de los perfiles ha de absorber $N_{Ed} = 32,02 \text{ kN}$

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_K^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 19,4 \cdot 10^4}{1921^2} = 108960 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_k = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{582 \cdot 275}{108960}} = 1,21$$

Al perfil L 60-5 le corresponde una curva de pandeo b (tabla 6.2).

Como $\bar{\lambda}_k = 1,21 > 0,20$, el coeficiente de reducción del pandeo χ se obtiene:

$$\phi = 0,5 \cdot (1 + 0,34 \cdot (1,21 - 0,2) + 1,21^2) = 1,40$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} = \frac{1}{1,40 + \sqrt{1,40^2 - 1,21^2}} = 0,48 < 1$$

Por tanto:

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} = 0,48 \cdot 582 \cdot \frac{275}{1,05} = 73166 \text{ N}$$

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 582 \cdot \frac{275}{1,05} = 152429 \text{ N}$$

$$\text{Por tanto, } N_{c,Rd} = \min(N_{pl,Rd}, N_{b,Rd}) = 73166 \text{ N}$$

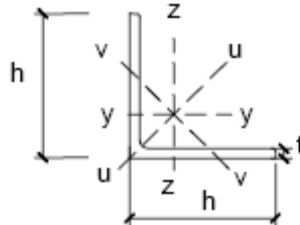
De este modo, $N_{Ed} \leq N_{c,Rd}$ ($32,02 < 73,17$) y el perfil 2L 60-5 es admisible.

Medición de la cercha

<i>Barra</i>	<i>Longitud (cm)</i>	<i>Perfil</i>	<i>Peso unitario</i>	<i>Total (kg)</i>
Par	917,8	2L 100-8	12,20	223,94
Tirante	900,0	2L 70-8	8,36	150,48
Montantes	540,0	2L 60-5	4,57	49,36
Diagonales	884,0	2L 60-5	4,57	80,80
Peso total de la semicercha				504,58
Aumento 15 % acartelado y otros				75,69
Total cercha (kg)				1160,54

Puede comprobarse la validez del peso supuesto inicial.

Anejo 1 Clasificación de secciones L



1. Sección sometida a compresión: L 70-10 S275

Datos $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$
 $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,92$
 $h = b = 70 \text{ mm}$
 $t = 10 \text{ mm}$
 $r = 9 \text{ mm}$

Por la simetría, del perfil:

$$c = h - r = b - r = 70 - 9 = 61 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{61}{10} = 6,1 < 9 \cdot \varepsilon = 8,3 \rightarrow \text{Clase 1}$$

tabla 5.4

Por tanto, la sección es de Clase 1

2. Sección sometida a compresión: L 100-8 S275

Datos $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$
 $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,92$
 $h = b = 100 \text{ mm}$
 $t = 8 \text{ mm}$
 $r = 12 \text{ mm}$

Por la simetría, del perfil:

$$c = h - r = b - r = 100 - 12 = 88 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{88}{8} = 11,0 < 14 \cdot \varepsilon = 12,9 \rightarrow \text{Clase 3}$$

tabla 5.4

Por tanto, la sección es de Clase 3

3. Sección sometida a compresión: L 60-5 S275

Datos $f_y = 275 \text{ N/mm}^2$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,92$$

$$h = b = 60 \text{ mm}$$

$$t = 5 \text{ mm}$$

$$r = 8 \text{ mm}$$

$$c = h - r = b - r = 60 - 8 = 52 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{52}{5} = 10,4 < 14 \cdot \varepsilon = 12,9 \rightarrow \text{Clase 3}$$

tabla 5.4

Por tanto, también la sección es de Clase 3.