

Estructuras de acero: Problemas¹ Pandeo local

Se han unido por soldadura tres chapas de acero que constituyen una sección compuesta en I simétrica sólo por el eje de la chapa del alma. La sección que representa la figura 1 se puede someter a esfuerzo axial o a flexión.

El acero de todas las chapas que componen la sección es de calidad S355. Se toma una resistencia a la fluencia de cálculo igual a la tensión mínima de fluencia, es decir, $f_y = 355 \text{ N/mm}^2$.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = 0,813$$

El problema consiste en hallar las propiedades de la sección efectiva que se vaya a escoger para comprobar el esfuerzo axial y la flexión respectivamente.

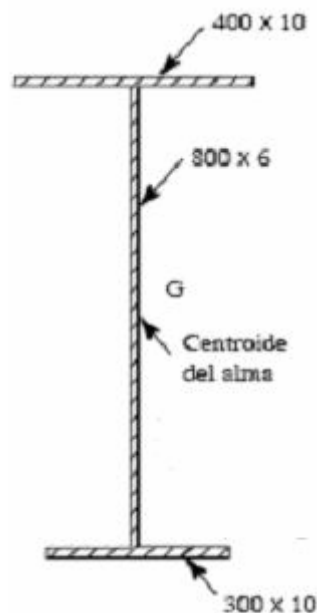


Figura 1. Sección transversal bruta

¹ *Elementos Estructurales. Tomo 9.* (1999). Instituto Técnico de la Estructura en Acero. San Sebastián

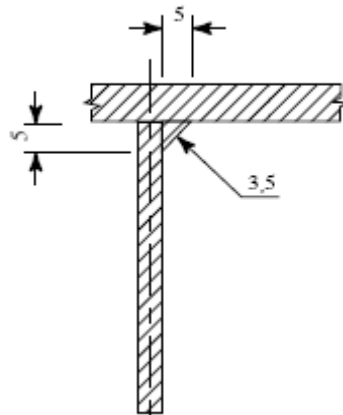


Figura 2. Soldadura en ángulo

Se hacen las siguientes hipótesis:

- Las soldaduras de cordón que unen el alma a ambas alas se desprecian para calcular las propiedades de la sección: área de la sección, segundo momento de inercia, etc.
- Las soldaduras de cordón de la unión alma-alas se han representado con triángulos isósceles como se ve en la figura 2; por tanto, el canto neto del alma medido entre la soldadura superior e inferior es de 790 mm.
- Los límites de las relaciones b/t que se mencionan son los del CTE.
- El criterio de cálculo es la aparición de la tensión de fluencia de cálculo en el centroide del ala más alargada, pero no en la fibra extrema más tensada; los módulos de la sección se calcularán consecuentemente.

En primer lugar se determina la posición del centro de gravedad (cdg) de la sección, y posteriormente el momento de inercia (respecto al eje fuerte $y-y$).

Para ello (figura 3), se denomina con G_1 , G_2 y G_3 los cdg del ala superior, ala inferior y alma, respectivamente, y con G_T el cdg de la sección. Del mismo modo, A_1 , A_2 , A_3 y A_T representan las secciones del ala superior, ala inferior, alma y de la sección completa.

Para determinar la posición del centroide de la sección, se toman momentos respecto a G_2 . Denominando d_1 a la distancia entre los cdg de las alas, d_3 a la distancia entre el cdg del alma y del ala inferior, y d_T a la distancia del cdg de la sección y el cdg del ala inferior, se tiene:

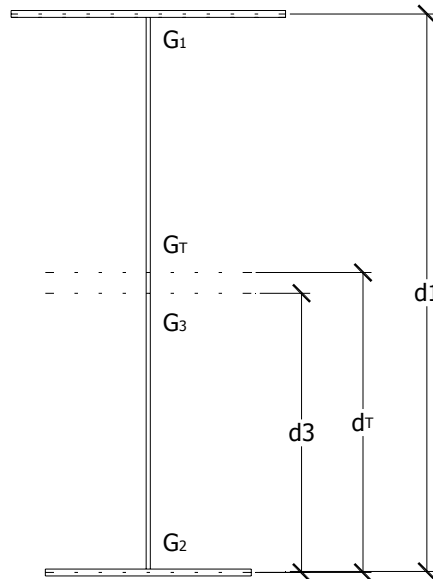


Figura 3. Determinación del centroide de la sección y momento de inercia.

$$A_T \cdot d_T = A_1 \cdot d_1 + A_3 \cdot d_3$$

$$A_1 = 400 \cdot 10 = 4000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 800 \cdot 6 = 4800 \text{ mm}^2$$

$$A_T = 400 \cdot 10 + 300 \cdot 10 + 800 \cdot 6 = 11800 \text{ mm}^2$$

$$d_1 = 5 + 800 + 5 = 810 \text{ mm}$$

$$d_3 = 400 + 5 = 405 \text{ mm}$$

Con todos estos valores se determina la posición del cdg de la sección, pues

$$d_T = \frac{A_1 \cdot d_1 + A_3 \cdot d_3}{A_T} = \frac{4000 \cdot 810 + 4800 \cdot 405}{11800} = 439 \text{ mm}$$

Por tanto, el cdg se encuentra situado a 444 mm de la fibra inferior ($z_g = 444$ mm).

El momento de inercia de la sección respecto al eje y-y es:

$$I = \left[\frac{1}{12} \cdot (400 \cdot 10^3 + 6 \cdot 800^3 + 300 \cdot 10^3) + 4000 \cdot (376 - 5)^2 + 3000 \cdot (444 - 5)^2 + 4800 \cdot (444 - 410)^2 \right] \cdot 10^{-4} = 139033 \text{ cm}^4$$

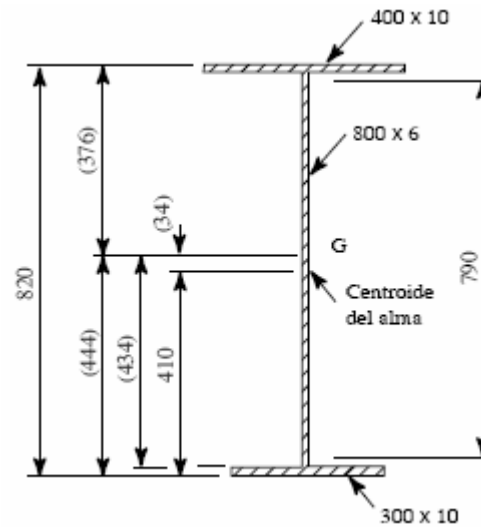


Figura 4. Determinación del centroide.

Los módulos resistentes de la sección son:

Relativo al centroide del ala superior:

$$W_u = 139033 / 37,1 = 3747 \text{ cm}^3$$

Relativo al centroide del ala inferior:

$$W_u = 139033 / 43,9 = 3167 \text{ cm}^3$$

Sección efectiva para la compresión axial

- Determinación de la clase de sección

Relaciones b/t

- Ala superior

$$c = 0,5 \cdot 400 = 200 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{200}{10} = 20$$

- Ala inferior

$$c = 0,5 \cdot 300 = 150 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{150}{10} = 15$$

– Alma

$$c = 800 - 5 - 5 = 790 \text{ mm}$$

$$\frac{c}{t} = \frac{790}{6} = 131,7$$

Los valores límite de las relaciones b/t de las secciones de Clase 3 son:

– En alas, $\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{lim}} = 14 \cdot \varepsilon = 11,4$

– En alma, $\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{lim}} = 42 \cdot \varepsilon = 34,2$

Todas las chapas rebasan el límite indicado. Por tanto, la sección pertenece a la Clase 4 y hay que reducir la sección de cada chapa.

- Determinación de las anchuras efectivas

La eficacia de la zona de compresión de cada chapa se halla por medio de:

$$\rho = \frac{\overline{\lambda}_p - 0,188}{(\overline{\lambda}_p)^2}$$

donde la esbeltez normalizada de la chapa $\overline{\lambda}_p$ viene dada por:

$$\overline{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{\left(\frac{b}{t}\right)}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\sigma}}$$

- Para el ala superior

$$\frac{c}{t} = 20 \quad \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \quad k_\sigma = 0,57 - 0,21 \cdot \psi + 0,07 \cdot \psi^2 = 0,43$$

$$k_\sigma = \frac{0,578}{\psi + 0,34} = \frac{0,578}{1,34} = 0,43$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{20}{28,4 \cdot 0,813 \cdot \sqrt{0,43}} = 1,32$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{(\bar{\lambda}_p)^2} = \frac{1,32 - 0,188}{1,32^2} = 0,650$$

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot b = 0,650 \cdot 400 = 260 \text{ mm}$$

- Para el ala inferior

$$\frac{c}{t} = 15 \quad \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \quad k_\sigma = 0,57 - 0,21 \cdot \psi + 0,07 \cdot \psi^2 = 0,43$$

$$k_\sigma = \frac{0,578}{\psi + 0,34} = \frac{0,578}{1,34} = 0,43$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{15}{28,4 \cdot 0,813 \cdot \sqrt{0,43}} = 0,99$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{(\bar{\lambda}_p)^2} = \frac{0,99 - 0,188}{0,99^2} = 0,818$$

$$b_{\text{eff}} = \rho \cdot b = 0,818 \cdot 300 = 245,4 \text{ mm}$$

- Para el alma

$$\frac{c}{t} = 131,7 \quad \psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 1 \quad k_\sigma = 4$$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{131,7}{28,4 \cdot 0,813 \cdot \sqrt{4}} = 2,84$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{(\bar{\lambda}_p)^2} = \frac{2,84 - 0,188}{2,84^2} = 0,329$$

$$h_{\text{eff}} = \rho \cdot h = 0,329 \cdot 790 = 259,91 + 5 + 5 \approx 270 \text{ mm}$$

Esta magnitud se asigna a partes iguales (135 mm) a ambos extremos.

Propiedades de la sección

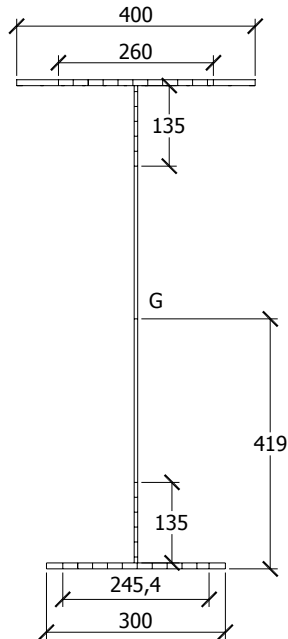


Figura 5. Sección transversal efectiva por compresión axial.

Área de la sección $A_{\text{eff},N}$

$$A_{\text{eff},N} = 260 \cdot 10 + 270 \cdot 6 + 245,4 \cdot 10 = 6674 \text{ mm}^2$$

Posición del centroide

$$z_{g,N} = \left(\frac{2600 \cdot 815 + 1620 \cdot 410 + 2454 \cdot 5}{6674} \right) = 419 \text{ mm}$$

Desplazamiento del centroide

$$e_N = z_g - z_{g,n} = 444 - 419 = 25 \text{ mm}$$

Este desplazamiento genera un momento de flexión secundario que se superpone a M_{Ed} , de valor

$$\Delta M = N_{\text{Ed}} \cdot e_N$$

Sección efectiva para la flexión

- Determinación de la clase de sección

Las relaciones b/t de las chapas han sido calculadas en el apartado anterior.

El valor límite del ala en compresión de las secciones de Clase 3 es:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{lim}} = 14 \cdot \varepsilon = 11,4$$

Este valor resulta superado. Por tanto, la sección pertenece a la Clase 4. Como las alas aportan más a la rigidez a flexión que el alma, se recomienda reducir el ala en compresión antes de calcular el reparto de tensiones en el canto de la sección, en especial la relación de tensiones en el alma de la que depende su valor límite $(d/t)_{\text{lim}}$.

La anchura efectiva del ala en compresión se ha calculado en el apartado anterior, y vale $b_{\text{eff}} = 260$ mm.

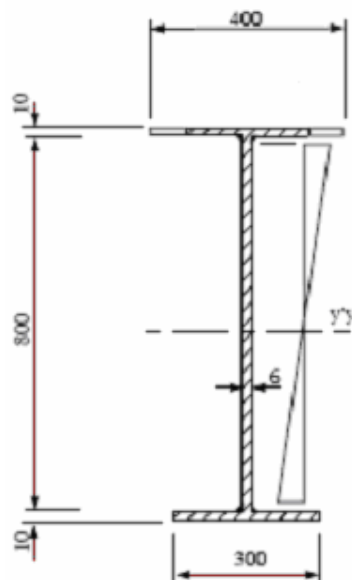


Figura 6. Sección transversal bruta utilizada para valorar el radio de tensión del alma (sección sujeta a flexión).

La sección que se va a estudiar en cuanto a la relación de tensiones en el ala es la de la figura 6.

Área de la sección $A_{\text{eff},M}$

$$A_{\text{eff},M} = 260 \cdot 10 + 800 \cdot 6 + 300 \cdot 10 = 10400 \text{ mm}^2$$

Posición del centroide

$$z_{g,M} = \left(\frac{2600 \cdot 815 + 4800 \cdot 410 + 3000 \cdot 5}{10400} \right) = 394 \text{ mm}$$

La relación de tensiones Ψ es como sigue, teniendo en cuenta que representa el cociente entre la máxima tensión y la máxima compresión:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -\frac{379}{416} = -0,911$$

El valor límite del alma $(c/t)_{lim}$ de la Clase 3 (tabla 5.3) para este valor de Ψ es:

$$\frac{42 \cdot \varepsilon}{0,67 + 0,33 \cdot \psi} = 92$$

Este valor es inferior a 131,7. Por tanto, la sección pertenece a la Clase 4, por lo que también hay que reducir el alma.

- Determinación de las anchuras efectivas

La anchura efectiva del ala en compresión ya se ha calculado en el apartado anterior. El ala en tracción es totalmente efectiva.

El alma, sometida a compresión y flexión, viene caracterizada en primera aproximación por $\Psi = -0,911$.

El coeficiente de pandeo de la chapa del alma es (tabla 5.6):

$$k_\sigma = 7,81 - 6,29 \cdot \psi + 9,78 \cdot \psi^2 = 21,7$$

de donde la esbeltez normalizada del alma

$$\bar{\lambda}_p = \frac{131,7}{28,4 \cdot 0,813 \cdot \sqrt{21,7}} = 1,22$$

y la eficacia del alma

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0,188}{(\bar{\lambda}_p)^2} = \frac{1,22 - 0,188}{1,22^2} = 0,693$$

Esta eficacia corresponde a la parte del canto c_c que experimenta tensiones de compresión. Por consiguiente, la zona de compresión es efectiva en un canto:

$$(c_c)_{eff} = 0,693 \cdot 416 = 288 \text{ mm}$$

La zona que se pierde en el alma comprimida es: $416 - 288 = 128$ mm.

La zona más comprimida es: $0,4 \cdot 288 = 115$ mm, medida a partir del reborde del cordón de soldadura superior.

La zona menos comprimida es: $0,6 \cdot 288 = 173$ mm

Propiedades de la sección

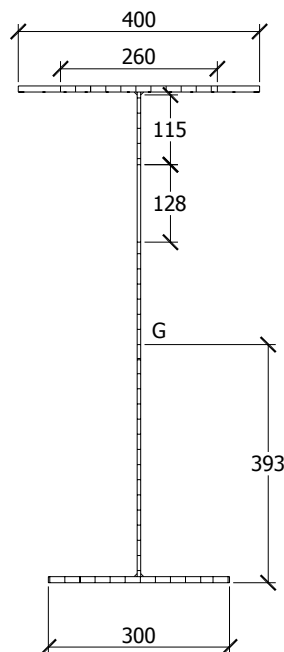


Figura 7. Sección transversal efectiva para flexión.

Área de la sección $A_{\text{eff},M}$

$$A_{\text{eff},M} = 260 \cdot 10 + (800 - 128) \cdot 6 + 300 \cdot 10 = 9632 \text{ mm}^2$$

Posición del centroide

$$z_{g,M} = \left(\frac{2600 \cdot 815 + 4032 \cdot 410 + 3000 \cdot 5}{9632} \right) = 393 \text{ mm}$$

Momento de inercia en el eje y-y

$$I = \left[\frac{1}{12} \cdot (260 \cdot 10^3 + 6 \cdot 120^3 + 6 \cdot 552^3 + 300 \cdot 10^3) + 2600 \cdot 422^2 + 3000 \cdot 388^2 + 720 \cdot 357^2 + 3312 \cdot 107^2 \right] \cdot 10^{-4} = 112934 \text{ cm}^4$$

Los módulos resistentes de la sección son:

Relativo al centroide del ala superior:

$$W_u = 112934 / 42.2 = 2676 \text{ cm}^3$$

Relativo al centroide del ala inferior:

$$W_u = 112934 / 38.8 = 2911 \text{ cm}^3$$