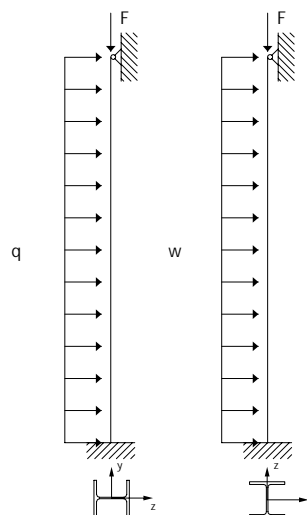


Estructuras de acero: Problemas Pilares

Dimensionar un pilar de 5 m de altura mediante un perfil HEB, sabiendo que ha de soportar simultáneamente una carga axial de compresión F de 250 kN y unas cargas horizontales q de 50 kN/m y w de 30 kN/m tal y como se muestra en la figura, y que estos valores ya están mayorados.

Las vinculaciones del pilar pueden observarse en la figura.

El acero será S275.



Las acciones que actúan sobre el soporte provocan que trabaje a flexocompresión esviada, con un $M_{Ed,y}$ en el plano x - z , y con un $M_{Ed,z}$ en el plano x - y .

Las sollicitaciones para las que hay que dimensionar el soporte son las que se producen en la sección del empotramiento, cuyo valor es igual a:

$$N_{Ed} = 250 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,y} = \frac{5}{8} \cdot q \cdot l = \frac{5}{8} \cdot 50 \cdot 5 = 156,25 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,y} = -\frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = -\frac{50 \cdot 5^2}{8} = -156,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{Ed,z} = \frac{5}{8} \cdot w \cdot l = \frac{5}{8} \cdot 30 \cdot 5 = 93,75 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,z} = -\frac{1}{8} \cdot w \cdot l^2 = -\frac{30 \cdot 5^2}{8} = -93,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Predimensionamiento

La barra es empotrada-articulada tanto en el plano del pórtico como en el plano longitudinal.

La limitación de la esbeltez reducida es de 2,0 ($\bar{\lambda}_k < 2,00$).

Las longitudes equivalentes de pandeo son:

$$L_{k,y} = \beta \cdot L = 0,7 \cdot 500 = 3500 \text{ mm}$$

$$L_{k,z} = \beta \cdot L = 0,7 \cdot 500 = 3500 \text{ mm}$$

Las restricciones de los radios de giro son:

$$i_y > \frac{L_{k,y}}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{3500}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{275}{210000}} = 20,16 \text{ mm}$$

$$i_z > \frac{L_{k,z}}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{3500}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{275}{210000}} = 20,16 \text{ mm}$$

El perfil HEB 100 es el primero que cumple estas condiciones.

Por otro lado, teniendo en cuenta que todos los perfiles de la serie HEB en acero S275 pertenecen a las clases 1 ó 2, dependiendo de si la sollicitación es flexión o compresión, hasta el HEB 700¹, se puede emplear también como criterio de predimensionamiento la restricción de flexión simple para este tipo de perfiles, aún sabiendo que nos hallamos en flexión compuesta. Así, genéricamente

$$M_{Ed} \leq W_{pl} \cdot f_{yd}$$

$$M_{Ed,y} \leq W_{pl,y} \cdot f_{yd} \rightarrow W_{pl,y} \geq \frac{M_{Ed,y}}{f_{yd}}$$

$$\text{Numéricamente: } W_{pl,y} \geq \frac{156,250 \cdot 10^6}{\frac{275}{1,05}} = 596591 \text{ mm}^3$$

¹ Tabla 8.2 en el Anejo 3 del «Formulario de Estructura Metálica».

Se puede comprobar² que el perfil HEB 200 es el primero que cumple con esta restricción.

Además, simultáneamente actúa un momento alrededor del eje débil, de modo que:

$$M_{Ed,z} \leq W_{pl,z} \cdot f_{yd} \rightarrow W_{pl,z} \geq \frac{M_{Ed,z}}{f_{yd}}$$

$$\text{Numéricamente: } W_{pl,z} \geq \frac{93,750 \cdot 10^6}{\frac{275}{1,05}} = 357955 \text{ mm}^3$$

También se puede comprobar que el perfil HEB 220 es el primero que cumple con esta restricción.

Por tanto, teniendo en cuenta que la sollicitación es flexocompresión esviada, con existencia de esfuerzo cortante, se elige un perfil superior. Así, se tantea con un HEB 260.

Comprobaciones

- Comprobación de resistencia (de la sección)
- Comprobación de la barra a flexión y compresión, que incluye:
 - Comprobación a pandeo en el plano de flexión
 - Comprobación a pandeo transversal

✓ **Comprobación de resistencia**

La sección del empotramiento está sometida a flexión y cortante³. Lo primero que se ha de comprobar es si puede despreciarse la reducción del momento plástico resistido por la sección debido al esfuerzo cortante.

Interacción momento-cortante

Si se cumple la condición $V_{Ed} \leq 0,5 \cdot V_{pl,Rd}$ se puede despreciar el cortante.

$$V_{Ed,y} = 156,25 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,z} = 93,75 \text{ kN}$$

² Anejo 4 del «Formulario de Estructura Metálica».

³ Apartado 5 del Anejo 1 del «Formulario de Estructura Metálica».

En perfiles HEB cargados paralelamente al alma, la resistencia a cortante es:⁴

$$V_{pl,Rdy} = 561,748 \text{ kN}$$

En perfiles HEB cargados perpendicularmente al alma, la resistencia a cortante es:⁴

$$V_{pl,Rdz} = 1461,493 \text{ kN}$$

Como $V_{Ed,y} = 156,25 \text{ kN}$, se cumple que $V_{Ed,y} \leq 0,5 \cdot V_{pl,Rdy} = 280,874 \text{ kN}$. Del mismo modo, como $V_{Ed,z} = 93,75 \text{ kN}$, se cumple que $V_{Ed,z} \leq 0,5 \cdot V_{pl,Rdz} = 730,747 \text{ kN}$

Por tanto, no se va a tener en cuenta la interacción entre momento y cortante.

Comprobación a flexión compuesta sin cortante⁵

El efecto del axil puede despreciarse en perfiles en doble te si no llega a la mitad de la resistencia a tracción del alma.

El área del alma es:

$$A_w = (h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r) \cdot t_w = (260 - 2 \cdot 17,5 - 2 \cdot 24) \cdot 10 = 1770 \text{ mm}^2$$

La resistencia a tracción del alma, en secciones de Clase 1 y 2, viene dada por:

$$N_{pl,w} = A_w \cdot f_{yd} = 1770 \cdot \frac{275}{1,05} = 463571 \text{ N}$$

$$0,5 \cdot N_{pl,w} = 231786 \text{ N}$$

Por tanto, como $N_{Ed} = 250 \text{ kN} > 0,5 \cdot N_{pl,w} = 231786 \text{ N}$, no se puede despreciar el efecto del axil.

Para las secciones de Clase 1 y 2 la comprobación es:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,Rdz}} \leq 1$$

⁴ Anejo 9 del «Formulario de Estructura Metálica».

⁵ Apartado 6 del Anejo 1 del «Formulario de Estructura Metálica».

$$N_{pl,Rd} = A \cdot f_{yd} = 11800 \cdot \frac{275}{1,05} = 3090476 \text{ N}$$

$$M_{pl,Rdy} = 323552381 \text{ N} \cdot \text{mm}^{(6)}$$

$$M_{pl,Rdz} = 152185714 \text{ N} \cdot \text{mm}^{(6)}$$

$$\text{Por tanto, } \frac{250 \cdot 10^3}{3090476} + \frac{156,25 \cdot 10^6}{323552381} + \frac{93,75 \cdot 10^6}{152185714} = 1,18 > 1 \rightarrow \text{No admisible}$$

Se tantea con un HEB 280.

No es necesario comprobar si se puede despreciar el cortante, pues ahora los valores que puede resistir el perfil aún son mayores.

El área del alma es:

$$A_w = (h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r) \cdot t_w = (280 - 2 \cdot 18 - 2 \cdot 24) \cdot 10,5 = 2058 \text{ mm}^2$$

La resistencia a tracción del alma, en secciones de Clase 1 y 2, viene dada por:

$$N_{pl,w} = A_w \cdot f_{yd} = 2058 \cdot \frac{275}{1,05} = 593000 \text{ N}$$

$$0,5 \cdot N_{pl,w} = 269500 \text{ N}$$

Por tanto, como $N_{Ed} = 250 \text{ kN} < 0,5 \cdot N_{pl,w} = 269,5 \text{ kN}$, se puede despreciar el efecto del axil.

Para las secciones de Clase 1 y 2 la comprobación es:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,Rdy}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,Rdz}} \leq 1$$

$$M_{pl,Rdy} = 387152381 \text{ N} \cdot \text{mm}^{(6)}$$

$$M_{pl,Rdz} = 181209524 \text{ N} \cdot \text{mm}^{(6)}$$

$$\text{Por tanto, } \frac{156,25 \cdot 10^6}{387152381} + \frac{93,75 \cdot 10^6}{181209524} = 0,92 < 1 \rightarrow \text{Cumple}$$

⁶ Anejo 10 del «Formulario de Estructura Metálica»

✓ Comprobación a flexión y compresión⁷

La comprobación se llevará a cabo con las fórmulas siguientes:

- En todas las piezas:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot A^* \cdot f_{yd}} + k_y \cdot \frac{c_{m,y} \cdot M_{y,Ed} + e_{N,y} \cdot N_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_y \cdot f_{yd}} + \alpha_z \cdot k_z \cdot \frac{c_{m,z} \cdot M_{z,Ed} + e_{N,z} \cdot N_{Ed}}{W_z \cdot f_{yd}} \leq 1$$

Además

- En piezas no susceptibles de pandeo por torsión, como es el caso de los perfiles laminados en doble te:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot A^* \cdot f_{yd}} + \alpha_y \cdot k_y \cdot \frac{c_{m,y} \cdot M_{y,Ed} + e_{N,y} \cdot N_{Ed}}{W_y \cdot f_{yd}} + k_z \cdot \frac{c_{m,z} \cdot M_{z,Ed} + e_{N,z} \cdot N_{Ed}}{W_z \cdot f_{yd}} \leq 1$$

Al ser un perfil de Clase 1, $A^*=A$, $W_y=W_{pl,y}$, $\alpha_y=0,6$, $e_{N,y}=0$, $W_z=W_{pl,z}$, $\alpha_z=0,6$, $e_{N,z}=0$ (tabla 6.12).

Además, en piezas no susceptibles de pandeo por torsión, $\chi_{LT}=1$.

Por tanto, las expresiones anteriores se simplifican, quedando

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot A \cdot f_{yd}} + k_y \cdot \frac{c_{m,y} \cdot M_{y,Ed}}{W_{pl,y} \cdot f_{yd}} + \alpha_z \cdot k_z \cdot \frac{c_{m,z} \cdot M_{z,Ed}}{W_{pl,z} \cdot f_{yd}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot A \cdot f_{yd}} + \alpha_y \cdot k_y \cdot \frac{c_{m,y} \cdot M_{y,Ed}}{W_{pl,y} \cdot f_{yd}} + k_z \cdot \frac{c_{m,z} \cdot M_{z,Ed}}{W_{pl,z} \cdot f_{yd}} \leq 1$$

Comprobación a pandeo⁸

Como ya se ha indicado, las longitudes equivalentes de pandeo son:

$$L_{k,y} = L_{k,z} = \beta \cdot L = 0,7 \cdot 500 = 3500 \text{ mm}$$

Se van a calcular los coeficientes de reducción por pandeo de cada eje.

$$\text{HEB 280 (} A=131 \text{ cm}^2, I_y=19270 \text{ cm}^4, I_z=6590 \text{ cm}^4)$$

⁷ Apartado 3 del Anejo 2 del «Formulario de Estructura Metálica»

⁸ Apartado 2 del Anejo 2 del «Formulario de Estructura Metálica».

Alrededor del eje y-y

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_{K,y}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 19270 \cdot 10^4}{3500^2} = 32603533 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{13100 \cdot 275}{32603533}} = 0,33$$

Se determina la curva de pandeo que le corresponde al perfil HEB 280 alrededor del eje y-y.

$$\frac{h}{b} = \frac{280}{280} = 1, t = 18 \text{ mm} < 100 \text{ mm}$$

Al perfil HEB 280 le corresponde una curva de pandeo b (tabla 6.2).

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_k - 0,2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right]$$

$\alpha=0,34$ (tabla 6.3). Por tanto

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + 0,34 \cdot (0,33 - 0,2) + 0,33^2 \right] = 0,58$$

$$\chi_y = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_y)^2}} = \frac{1}{0,58 + \sqrt{0,58^2 - 0,33^2}} = 0,95 < 1$$

Alrededor del eje z-z

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{L_{K,z}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 6590 \cdot 10^4}{3500^2} = 11149833 \text{ N}$$

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{13100 \cdot 275}{11149833}} = 0,57$$

Al perfil HEB 280 le corresponde una curva de pandeo c alrededor del eje z-z (tabla 6.2).

$\alpha=0,49$ (tabla 6.3). Por tanto

$$\phi = 0,5 \cdot \left[1 + 0,49 \cdot (0,57 - 0,2) + 0,57^2 \right] = 0,75$$

$$\chi_z = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - (\bar{\lambda}_z)^2}} = \frac{1}{0,75 + \sqrt{0,75^2 - 0,57^2}} = 0,81 < 1$$

Determinación del coeficiente k_y (tabla 6.13)

$$k_y = 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot N_{C,Rd}}, \text{ donde } \bar{\lambda}_y \not\geq 1$$

$$N_{C,Rd} = A^* \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Por ser una sección de clase 1, $A^*=A$.

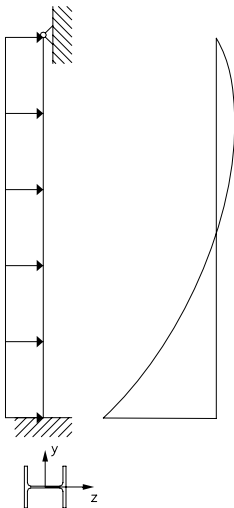
$$\text{Así, } k_y = 1 + (0,33 - 0,2) \cdot \frac{250 \cdot 10^3}{0,95 \cdot 13100 \cdot \frac{275}{1,05}} = 1,01$$

Determinación del coeficiente k_z (tabla 6.13)

$$k_z = 1 + (2 \cdot \bar{\lambda}_z - 0,6) \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot N_{C,Rd}}, \text{ donde } \bar{\lambda}_z \not\geq 1$$

$$k_z = 1 + (2 \cdot 0,57 - 0,6) \cdot \frac{250 \cdot 10^3}{0,81 \cdot 13100 \cdot \frac{275}{1,05}} = 1,05$$

Determinación del coeficiente $c_{m,y}$ (tabla 6.14)



El diagrama de momentos flectores es parabólico, siendo nulo en el extremo articulado, por lo que $\Psi=0$

$$M_{Ed,y} = -\frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = -\frac{50 \cdot 5^2}{8} = -156,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

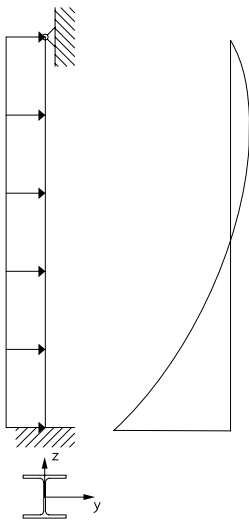
$$M_{Ed,y+} = \frac{9}{128} \cdot q \cdot l^2 = \frac{9 \cdot 50 \cdot 5^2}{128} = 87,891 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$\alpha = \frac{M_s}{M_h}$ tiene un valor negativo e inferior a la unidad, pues M_s y M_h son de signo diferente, siendo este último el momento en el empotramiento.

$$\text{Por tanto, } \alpha = \frac{M_{\text{Ed},y+}}{M_{\text{Ed},y}} = \frac{87,891}{-156,25} = -0,56$$

$$c_{m,y} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha \geq 0,4 \rightarrow c_{m,y} = 0,1 + 0,8 \cdot 0,56 = 0,55$$

Determinación del coeficiente $c_{m,z}$ (tabla 6.14)



El diagrama de momentos flectores es parabólico, siendo nulo en el extremo articulado, por lo que $\Psi=0$, y

$$M_{\text{Ed},z} = -\frac{1}{8} \cdot w \cdot l^2 = -\frac{30 \cdot 5^2}{8} = -93,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{Ed},z+} = \frac{9}{128} \cdot w \cdot l^2 = \frac{9 \cdot 30 \cdot 5^2}{128} = 52,734 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\alpha = \frac{M_{\text{Ed},z+}}{M_{\text{Ed},z}} = \frac{52,734}{-93,75} = -0,56$$

$$c_{m,z} = 0,1 - 0,8 \cdot \alpha \geq 0,4 \rightarrow c_{m,z} = 0,1 + 0,8 \cdot 0,56 = 0,55$$

Comprobaciones:

De este modo, las dos condiciones a comprobar se escriben:

$$\frac{250 \cdot 10^3}{0,95 \cdot 13100 \cdot \frac{275}{1,05}} + 1,01 \cdot \frac{0,55 \cdot 156,25 \cdot 10^6}{1 \cdot 1534 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1,05}} + 0,6 \cdot 1,05 \cdot \frac{0,55 \cdot 93,75 \cdot 10^6}{718 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1,05}} = 0,47 < 1$$

$$\frac{250 \cdot 10^3}{0,81 \cdot 13100 \cdot \frac{275}{1,05}} + 0,6 \cdot 1,01 \cdot \frac{0,55 \cdot 156,25 \cdot 10^6}{1534 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1,05}} + 1,05 \cdot \frac{0,55 \cdot 93,75 \cdot 10^6}{718 \cdot 10^3 \cdot \frac{275}{1,05}} = 0,51 < 1$$

Por tanto, el perfil HEB 280 es admisible.