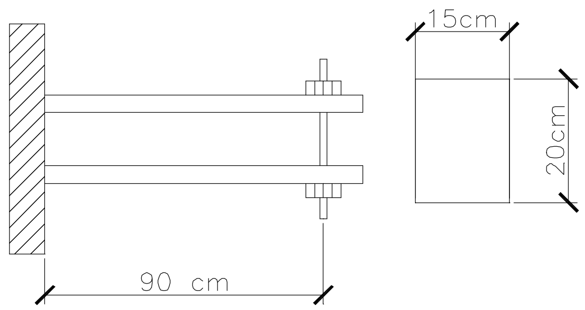
Dos vigas de madera de dimensiones b x h = 15 x 20 cm están empotradas en un extremo y unidas mediante un pasador de acero en el otro, debidamente roscado. Si se aprietan las rocas traccionamos al pasador y flexionamos las vigas. a) Determinar el diámetro del tornillo para que la tensión de la madera se iguale a la del perno, y b) Calcular la flecha de la madera cuando el acero trabaje a su máxima tensión.

Datos: $s_{\text{máxima acero}}$ = 960 kg/cm^2; $s_{\text{máxima madera}}$ = 96 kg/cm^2; Módulo de elasticidad de la madera E_{madera}= 120.000 kg/cm^2.



✓ Cálculo del diámetro del tornillo si $\sigma_{pasador}$=σ_{madera}

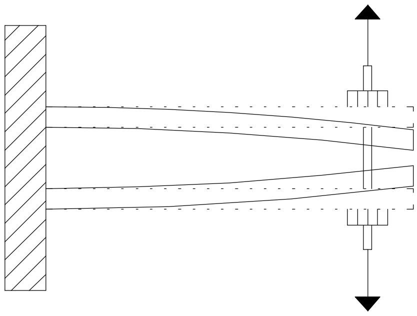
$$\sigma_{pasador} = \frac{P}{A} = \frac{P}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2}$$

$$\sigma_{madera} = \frac{M}{W} = \frac{P \cdot l}{\frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2} = \frac{6 \cdot P \cdot l}{b \cdot h^2}$$

Si las tensiones se igualan $\sigma_{pasador}$=σ_{madera}, se obtiene:

$$\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot D^2} = \frac{6 \cdot P \cdot l}{b \cdot h^2} \rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot \pi \cdot l}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 15 \cdot 20^2}{6 \cdot \pi \cdot 90}} = 3.76\text{cm}$$

✓ Cálculo de la flecha de la viga de madera



Cuando el acero trabaja a su máxima tensión, $\sigma_{pasador}$ = 960 kg/cm^2, la carga puntual que ejerce el pasador sobre cada viga es:

$$\sigma_{pasador} = \frac{P}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} \rightarrow P = \sigma_{pasador} \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 960 \cdot \frac{\pi \cdot 3.76^2}{4} = 10659.5\,\text{kg}$$

La expresión de la flecha viene definida por la deformación que experimenta una viga en voladizo sometida a una carga puntual en su extremo.

En primer lugar calculamos el momento de inercia de la viga.

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 15 \cdot 20^3 = 10000\text{cm}^4$$

$$f = \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{10659.5 \cdot 90^3}{3 \cdot 120000 \cdot 10000} = 2.16\text{cm} = 21.6\text{mm}$$