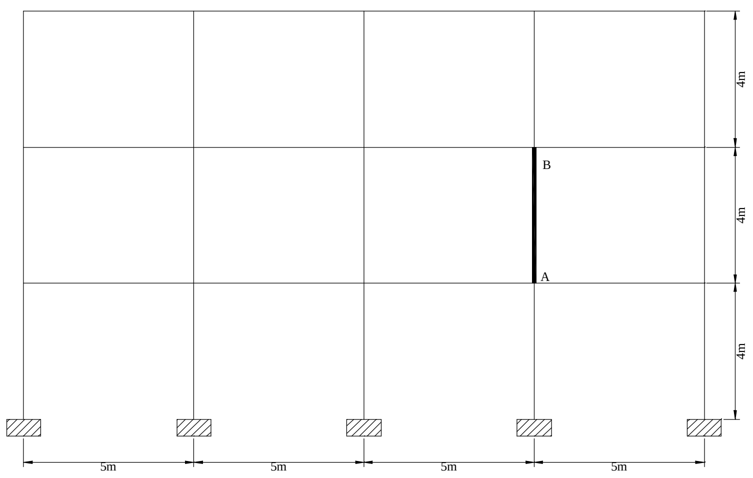
En el edificio de oficinas de tres plantas anexo a una industria de fabricación de puertas, se pretende calcular las armaduras de un soporte AB situado en el interior de la planta intermedia, de 4 m de altura y sección cuadrada de 300 mm de lado, igual que los pilares de las plantas superior e inferior. Las solicitaciones de este pilar son: Esfuerzo axil: 200 kN; Momento en cabeza: 20 m· kN; Momento en la base: 30 m· kN; Esfuerzo cortante (constante): 25 kN. Las vigas que concurren en el nudo superior e inferior del pilar tienen 5 m de luz y su sección es rectangular de dimensiones b x h = 500 x 300 mm.

El pórtico es traslacional, de hormigón armado, y está sometido a la acción del viento. El axil de carga permanente es menor que el 70 por ciento del axil total. El cerramiento exterior de fábrica de ladrillo aísla a los pilares de la atmósfera exterior.

Datos: Límite elástico del acero (f_{yk}) = 410 N/mm^2. Resistencia característica del hormigón: (f_{ck}) = 25 N/mm^2.



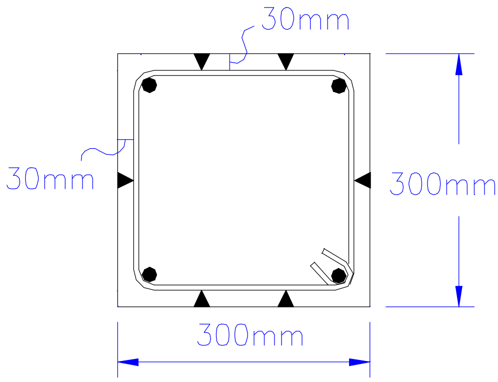
Cálculos previos

Al estar protegidos los soportes con el cerramiento exterior, consideramos que el pilar se encuentra en un Ambiente I (*Interiores de edificios, no sometidos a condensaciones*) y los recubrimientos que adoptamos, suponiendo que el diámetro de los redondos va a ser 16 mm y que la armadura transversal va a estar constituida por barras de diámetro 6 mm, serán:

$$r_{nom} = \Delta r + r_{min} = 10 + 20 = 30 \text{ mm}$$

$$d' = r_{nom} + \phi_c + \frac{1}{2}\phi = 30 + 6 + \frac{1}{2}16 = 44 \text{ mm}$$

$$d = h - d' = 300 - 44 = 256 \text{ mm}$$



Cálculos

$$N_d = \gamma_f \cdot N = 1.6 \cdot 200 = 320 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = \gamma_f \cdot M_1 = 1.6 \cdot 20 = 32 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

$$M_{2d} = \gamma_f \cdot M_2 = 1.6 \cdot 30 = 48 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Excentricidad mecánica:

En cabeza del pilar

$$e = \frac{M_{1d}}{N_d} = \frac{32}{320} = 0.10 \text{ m}$$

En la base del soporte

$$e = \frac{M_{2d}}{N_d} = \frac{48}{320} = 0.15\,\text{m}$$

Cálculo de la excentricidad total:

$$e_{total} = e_0 + e_a$$

La excentricidad ficticia e_a viene dada por:

$$e_a = (1 + 0.12 \cdot \beta) \cdot (\varepsilon_y + \varepsilon) \cdot \frac{h + 20 \cdot e_0}{h + 10 \cdot e_0} \cdot \frac{l_0^{\,2}}{50 \cdot i_c}$$

Como factor de armado adoptamos $\beta = 1$

$$\varepsilon_y = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{\frac{410}{1.15}}{2 \cdot 10^5} = 0.00178$$

ε: parámetro que introduce el efecto de la fluencia. Se toma 0.003 cuando el esfuerzo axil cuasi-permanente no supera el 70% del axil total de cálculo.

h: canto total de la sección: 300 mm

e_0: excentricidad de cálculo de primer orden equivalente.

l_0: longitud de pandeo.

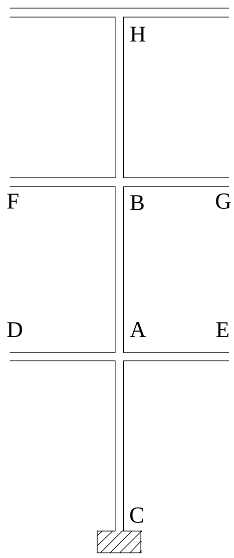
En pilares traslacionales, $e_0 = e_2$, siendo e_2 la excentricidad de cálculo máxima de primer orden en los extremos del pilar, tomada con signo positivo.

$$e_0 = 160\ \text{mm} \not< \begin{cases} \dfrac{h}{20} = \dfrac{300}{20} = 15\ \text{mm} \\ 20\ \text{mm} \end{cases}$$

$$I_{viga} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 500 \cdot 300^3 = 1.125 \cdot 10^9\ \text{mm}^4$$

$$I_{pilar} = \frac{1}{12} \cdot l^4 = \frac{1}{12} \cdot 300^4 = 6.75 \cdot 10^8\ \text{mm}^4$$

$$\Psi_A = \frac{\left[\Sigma \dfrac{E \cdot I}{l}\right]_{pilares}}{\left[\Sigma \dfrac{E \cdot I}{l}\right]_{vigas}}$$



$$\Psi_A = \Psi_B = \frac{\left(\dfrac{I}{L}\right)_{AC} + \left(\dfrac{I}{L}\right)_{AB}}{\left(\dfrac{I}{L}\right)_{AD} + \left(\dfrac{I}{L}\right)_{AE}}$$

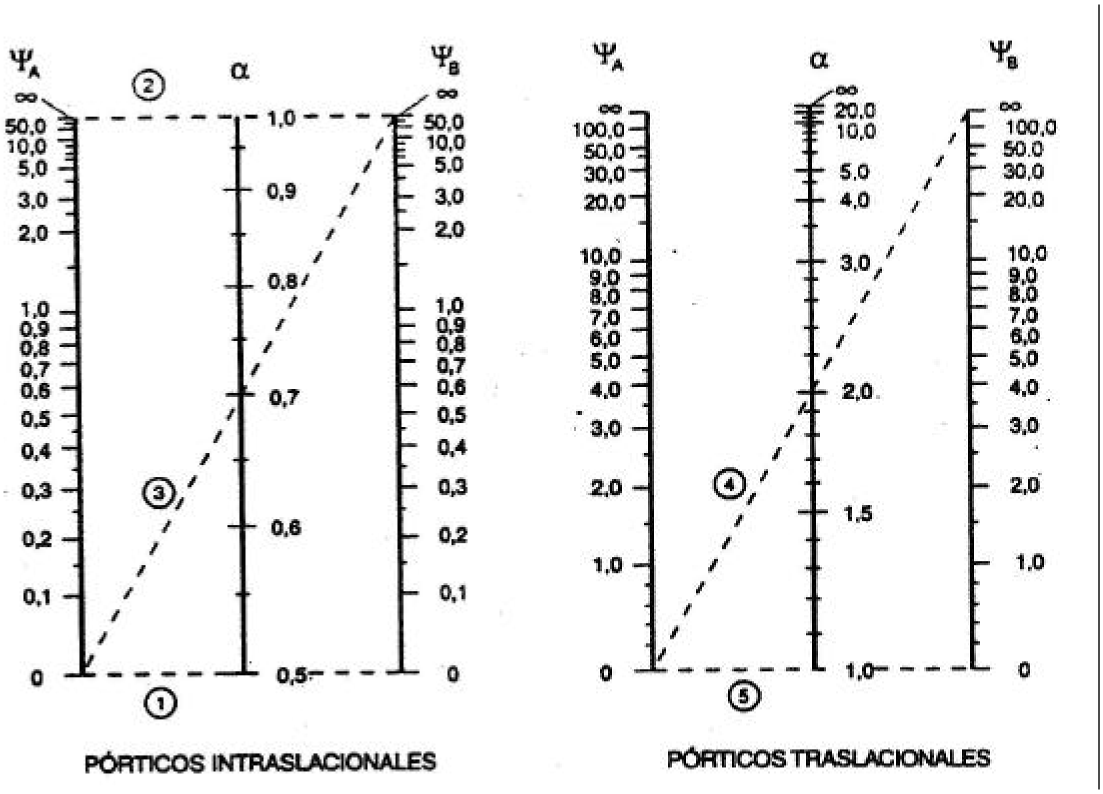
$$\Psi_A = \Psi_B = \frac{\dfrac{6.75 \cdot 10^8}{4000}}{\dfrac{1.125 \cdot 10^9}{5000}} = 0.75$$

Entrando en el nomograma de pórticos traslacionales obtenemos α=1.25, por lo que la longitud equivalente de pandeo del soporte considerado es:

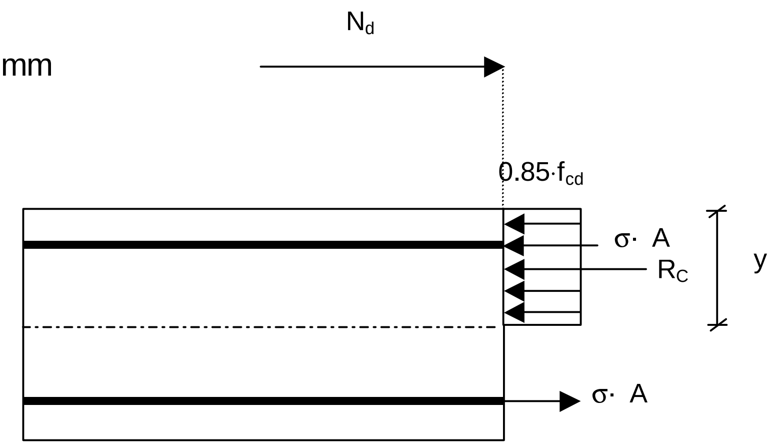
$$l_0 = \alpha \cdot l = 1.25 \cdot 400 = 500\ \text{cm}$$

$$i_c = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{6.75 \cdot 10^8}{300^2}} = 86.6\ \text{mm}$$

$$e_a = (1 + 0.12 \cdot 1) \cdot (0.00178 + 0.003) \cdot \frac{300 + 20 \cdot 150}{300 + 10 \cdot 150} \cdot \frac{5000^2}{50 \cdot 86.6} = 56.7\,\text{mm}$$



$$e_{total} = e_0 + e_a = 206.7\,\text{mm}$$



$$\sum F_H = 0$$

$$N_d + \sigma \cdot A - \sigma \cdot A - 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y = 0$$

$$y = \frac{N_d}{0.85 \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{320 \cdot 10^3}{0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 300} = 75.3\,\text{mm}$$

$$0.259 \cdot d = 0.259 \cdot 256 = 66.3\,mm$$

$$\frac{\varepsilon_{c2}}{x_{lim}} = \frac{\varepsilon_{yd}}{x_{lim} - d}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{yd}} \cdot d = \frac{3.5}{3.5 + 1.78} \cdot 256 = 169.6mm$$

Flexión compuesta en dominio 3

Armadura de compresión no necesaria pero existente

$$\sum M_{A1} = 0$$

$$N_d \cdot e - \sigma \cdot A \cdot (d - d') - 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$e = e_{total} + \frac{d - d'}{2} = 206.7 + \frac{256 - 44}{2} = 311.7\,mm$$

$$320 \cdot 10^3 \cdot 311.7 - \sigma \cdot A \cdot (256 - 44) - 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 300 \cdot 75.3 \cdot \left(256 - \frac{75.3}{2}\right) = 0$$

$$\sigma \cdot A = 140880\,N$$

$$A = 395.15\,mm^2$$

$$n = \frac{395.15}{\pi \cdot \frac{16^2}{4}} = 1.97 \rightarrow 2\phi 16$$

$$A_{2\phi 16} = 402.1\ mm^2$$

Ahora comprobamos las cuantías geométricas y mecánicas.

En primer lugar, en pilares la cuantía geométrica mínima es del 4‰

$$A_\rho = 0.004 \cdot 300 \cdot 300 = 360\,mm^2$$

Como hemos adoptado 2ϕ16, cumple esta restricción. De igual modo, la comprobación de la cuantía mecánica mínima es:

$$A_S \cdot f_{yd} \geq 0.04 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$402.1 \cdot \frac{410}{1.15} = 143357.4\,N$$

$$0.04 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 300 \cdot 256 = 51200N$$

Cumple la cuantía mínima en flexión compuesta.

Por tanto, mantenemos como armadura longitudinal A = 2 ϕ 16

Comprobación a esfuerzo cortante

$$V_d = \gamma_f \cdot V = 1.6 \cdot 25 = 40\text{ kN}$$

$$V_{u1} = 0.30 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$V_{u1} = 0.30 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 300 \cdot 254 = 381\text{ kN}$$

$$\frac{1}{5} \cdot V_{u1} = \frac{1}{5} \cdot 381 = 76.2\,kN$$

$$V_d < {}^1\!/_5 \cdot V_{u1}$$

$$0.80 \cdot d = 0.80 \cdot 256 = 204.8\text{ mm}$$

$$S_t \leq 15 \cdot \varnothing_{min} = 15 \cdot 16 = 240\text{ mm}$$

$$\varnothing > \frac{1}{4} \cdot \varnothing_{máx} = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4\text{ mm}$$

Teniendo en cuenta estos condicionantes, hemos adoptado cercos de ∅=6 mm separados 200 mm.

$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$

$$V_{cu} = 0.10 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{256}} = 1.88$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b \cdot d} \not> 0.02$$

$$\rho_1 = \frac{402.1}{300 \cdot 256} = 5.2 \cdot 10^{-3}$$

$$V_{cu} = 0.10 \cdot 1.88 \cdot (100 \cdot 5.2 \cdot 10^{-3} \cdot 25)^{1/3} \cdot 300 \cdot 256 = 33950 \text{ N}$$

Para comprobar si la separación entre cercos cumple todas las limitaciones de la EHE, vamos a ver la condición impuesta de la fisuración por esfuerzo cortante.

Fisuración por esfuerzo cortante:

En primer lugar, calculamos $\frac{V_d - 3 \cdot V_{cd}}{A_\alpha \cdot d} \cdot \operatorname{sen} \alpha$.

Analizando el numerador se comprueba que $V_d - 3 \cdot V_{cu} < 0$, por lo que la expresión anterior toma valor negativo. Por tanto, la limitación de la separación entre cercos es $S_t \leq 300$ mm, por lo que la adoptada de 200 mm es más exigente.

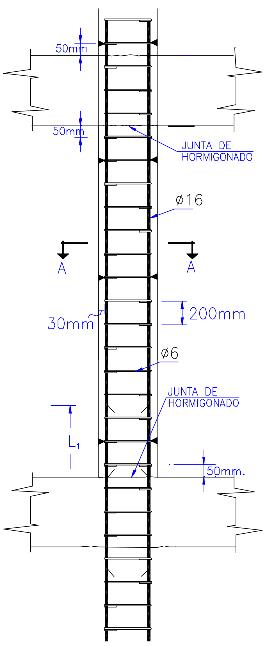
$$V_{su} = A_{90} \cdot f_{y90,\alpha} \cdot 0.90 \cdot d$$

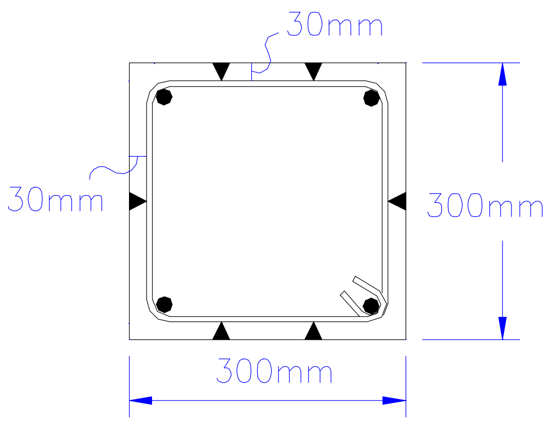
$$A_\alpha = A_{90} = \frac{2 \cdot \dfrac{\pi \cdot 6^2}{4}}{200} = 0.28$$

$$V_{su} = 0.28 \cdot \frac{410}{1.15} \cdot 0.90 \cdot 256 = 23000\,\text{N}$$

$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} = 33950 + 23000 = 56950$ N > V_d Admisible

Por tanto, el armado longitudinal y transversal del soporte queda como se representa en los esquemas siguientes:





SECCION A–A

Comprobación a fisuración

$$W_k \leq W_{máx}$$

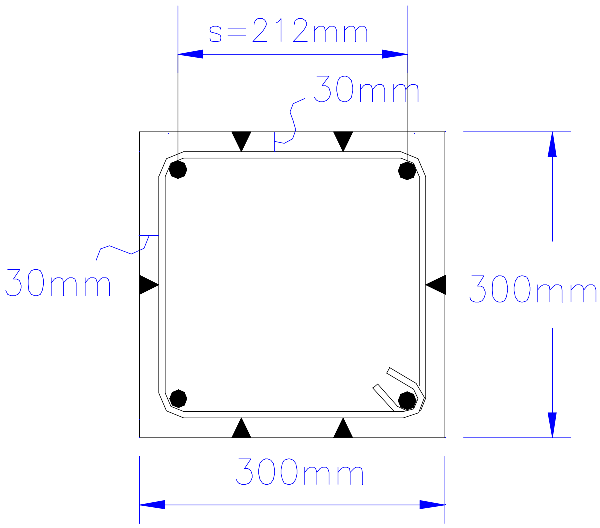
La anchura máxima de fisura vale: $W_{máx} = 0.4$ mm

La anchura característica de fisura viene dada por la expresión:

$$W_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm}$$

$\beta = 1.7$

$$s_m = 2 \cdot c + 0.2 \cdot s + 0.4 \cdot k_1 \cdot \frac{\phi \cdot A_{c,eficaz}}{A_s}$$



s es la distancia entre ejes de la armadura longitudinal.

$$300 - 2 \cdot 30 - 2 \cdot 6 - 2 \cdot 16 = 212\,\text{mm} < 15 \cdot \phi = 240\text{mm}$$

$k_1 = 0.125$

$$A_{c,eficaz} = b \cdot \frac{h}{4} = 300 \cdot \frac{300}{4} = 22500\,\text{mm}^2$$

$$s_m = 2 \cdot 30 + 0.2 \cdot 212 + 0.4 \cdot 0.125 \cdot \frac{16 \cdot 22500}{2 \cdot \frac{\pi \cdot 16^2}{4}} = 147.2\,\text{mm}$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[1 - k_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right] \not< 0.4 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{0.8 \cdot d \cdot A_s} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 311.7}{0.8 \cdot 256 \cdot 402.1} = 757.0\,\text{N/mm}^2$$

$$E_s = 2 \cdot 10^5 \ \text{N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = 3.79 \cdot 10^{-3}$$

$$k_2 = 0.5$$

$$f_{ctm} = 0.30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} = 3.210$$

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot h^2}{M} = \frac{3.210 \cdot 300 \cdot 300^2}{200 \cdot 10^3 \cdot 311.7} = 1.390$$

$$\varepsilon_{sm} = 3.79 \cdot 10^{-3} \cdot \left[1 - 0.5 \cdot 1.390^2\right] = 1.285 \cdot 10^{-4} < 0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 0.4 \cdot 3.79 \cdot 10^{-3} = 0.001516$$

$$W_K = 1.7 \cdot 147.2 \cdot 0.001516 = 0.38 < 0.4 \ \text{mm} \rightarrow \text{Admisible}$$