Calcular la armadura necesaria (longitudinal y transversal) de la viga de sección rectangular (b ´ h = 400 ´ 260 mm) de hormigón armado que aparece en la figura, sometida a una carga uniformemente repartida de 40 kN/m.

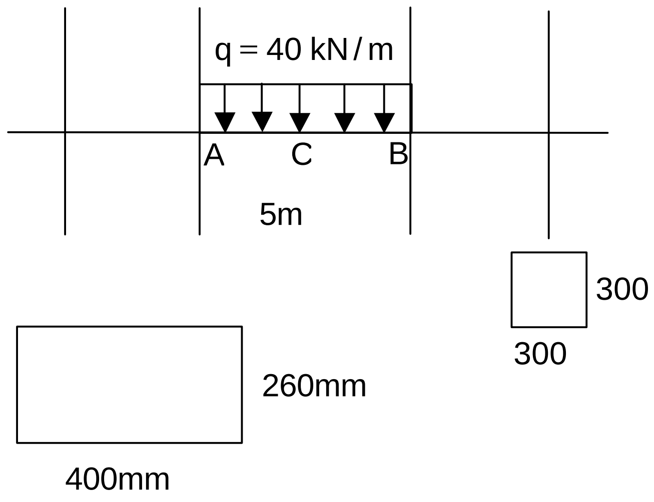
Asimismo, realizar todas las comprobaciones que exige la EHE para asegurar su validez constructiva.

Los pilares del entramado tienen una sección de 300 ´ 300 mm.

Los esquemas de armado han de ser claros.

Datos:

M_A= 80 m.kN	M_C= 60 m.kN	M_B= 80 m.kN
V_A= 100 kN	V_C= 0 kN	V_B= 100 kN
f_{ck}= 25 N/mm^2	f_{yk}= 410 N/mm^2	



Cálculos previos

Considerando que la viga se encuentra en un Ambiente I, calculamos los recubrimientos, teniendo en cuenta que vamos a iniciar los cálculos suponiendo que el diámetro de los redondos de tracción va a ser 20 mm y que la armadura transversal va a estar constituida por redondos de diámetro 8.

$$r_{nom} = \Delta r + r_{mín} = 10 + 20 = 30\text{ mm}$$

$$d' = r_{nom} + \varnothing_c + \frac{1}{2}\varnothing = 30 + 8 + \frac{1}{2}20 = 48\text{ mm}$$

$$d = h - d' = 260 - 48 = 212\text{ mm}$$

Cálculos a flexión

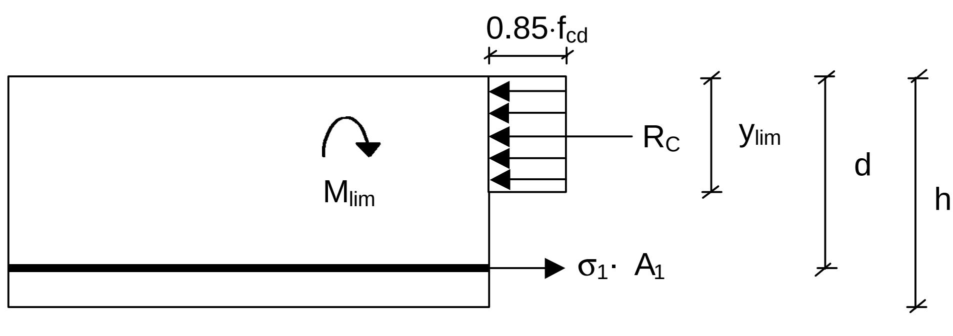
En primer lugar mayoramos las solicitaciones:

$M_{Ad} = \gamma_f \cdot M_A = 1.6 \cdot 80 = 128\text{ m.kN}$

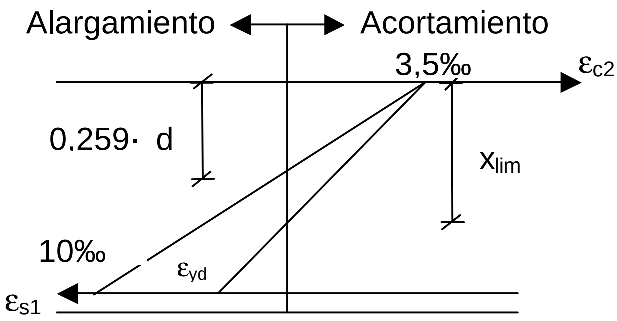
$M_{Bd} = \gamma_f \cdot M_B = 1.6 \cdot 80 = 128\text{ m.kN}$

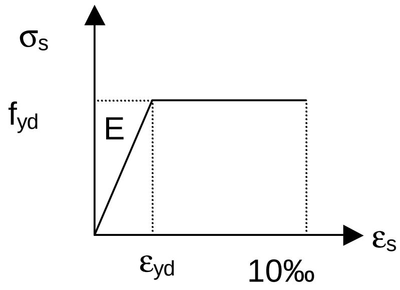
$M_{Cd} = \gamma_f \cdot M_C = 1.6 \cdot 60 = 96\text{ m.kN}$

Obtenemos el momento límite con objeto de saber en qué secciones es necesario colocar armadura de compresión desde el punto de vista estricto de cálculo.



$$M_{lim} = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y_{lim} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2}\right)$$





$$\frac{\varepsilon_{yd}}{d - x_{lim}} = \frac{\varepsilon_{c2}}{x_{lim}}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E} = \frac{\frac{f_{yk}}{\gamma_s}}{E} = \frac{\frac{410}{1.15}}{2 \cdot 10^5} = 1.78\ ‰$$

$$\frac{1.78}{212 - x_{lim}} = \frac{3.5}{x_{lim}}$$

$$1.78 \cdot x_{lim} = 742 - 3.5 \cdot x_{lim}$$

$$x_{lim} = \frac{742}{5.28} = 140.5\ mm$$

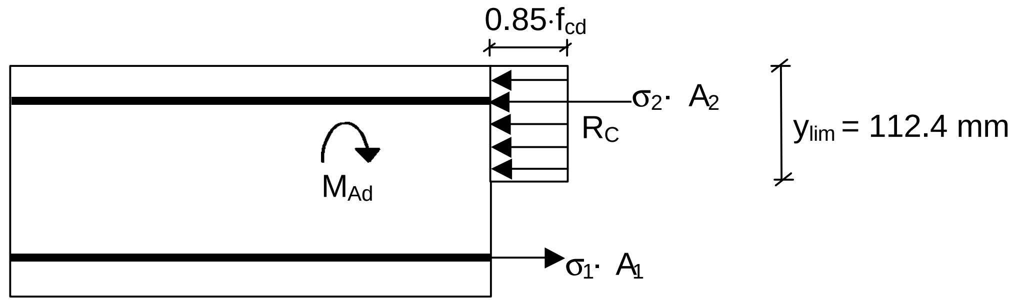
$$y_{lim} = 0.8 \cdot x_{lim} = 112.4\ mm$$

$$M_{lim} = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 400 \cdot 112.4 \cdot \left(212 - \frac{112.4}{2}\right) = 99.23\ m \cdot kN$$

En los empotramientos es necesaria la armadura de compresión. No así en el centro del vano.

Vamos a calcular las armaduras en las secciones de estudio:

✔ Empotramiento



$\sum M_{A1}=0$

$$M_{Ad} - 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y_{lim} \cdot \left(d - \frac{y_{lim}}{2}\right) - \sigma_2 \cdot A_2 \cdot (d - d') = 0$$

$$\sigma_2 \cdot A_2 = \frac{M_{Ad} - M_{lim}}{d - d'} = \frac{(128 - 99.22) \cdot 10^6}{212 - 48} = 175487.8\,N$$

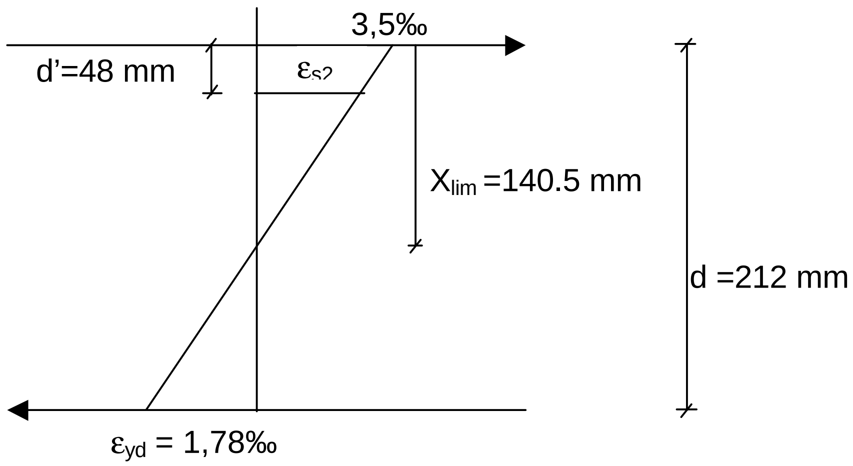
$\sum F_N=0$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = \sigma_2 \cdot A_2 + 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y_{lim}$$

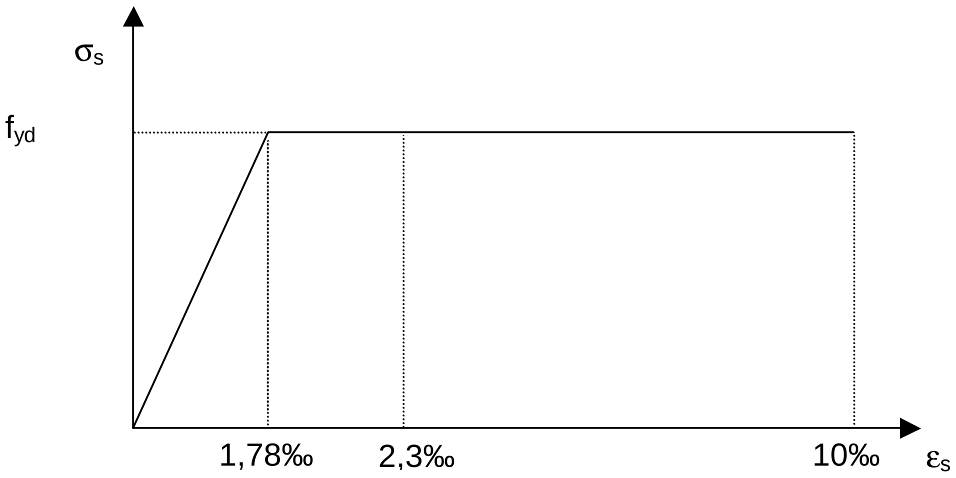
$$\sigma_1 \cdot A_1 = 175487.8 + 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 400 \cdot 112.4 = 812421.1N$$

$$\sigma_1 = f_{yd} = \frac{410}{1.15}$$

$$A_1 = \frac{812421.1}{\frac{410}{1.15}} = 2278.7\,mm^2$$



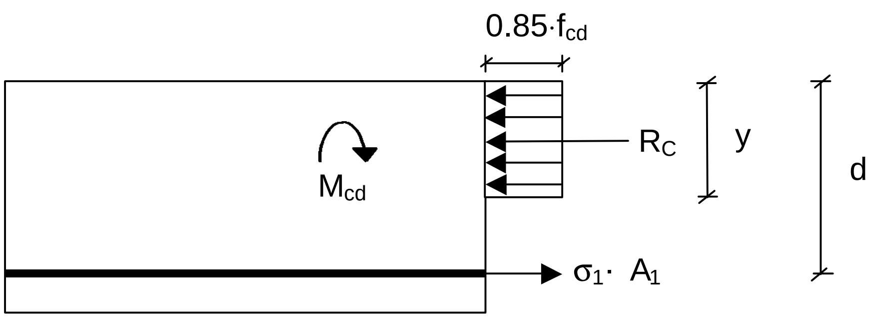
$$\frac{3.5}{140.5} = \frac{\varepsilon_{s2}}{140.5 - 48} \qquad \varepsilon_{s2} = 2.30\ ‰$$



$\sigma_2 = f_{yd}$

$$A_2 = \frac{175487.8}{\dfrac{410}{1.15}} = 492.2\ mm^2$$

✔ Vano



$\sum M_{A1} = 0$

$$M_{cd} - 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left(d - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$96 \cdot 10^6 - 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 400 \cdot y \cdot \left(212 - \frac{y}{2}\right) = 0$$

$$96 \cdot 10^{6} - 1201333.3 \cdot y + 2833.3 \cdot y^{2} = 0$$

$$\begin{cases} y = 106.8 \\ y = 317.2 \end{cases} \quad ; \text{Por tanto } y = 106.8 \text{ mm}$$

$$\sum F_N = 0$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 0.85 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot y$$

$$\sigma_1 \cdot A_1 = 0.85 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 400 \cdot 106.8 = 605200 \text{ N}$$

$$A_1 = \frac{605200}{\frac{410}{1.15}} = 1697.5 \text{ mm}^2$$

Resumiendo los resultados obtenidos:

	A	C	B
M_{lim} (m.kN)	99.23	99.23	99.23
y (mm)	112.4	106.8	112.4
$\sigma_1.A_1$ (kN)	812.26	605.35	812.26
A_1 (mm^2)	2278.3	1697.9	2278.3
$\sigma_2.A_2$ (kN)	175.51	0	175.51
A_2 (mm^2)	492.3	0	492.3

✗ Selección de armaduras

Hasta ahora hemos obtenido:

A_1=2278.7 A_2=492.2	A_2=0 A_1=1697.5	A_1=2278.7 A_2=492.2

En principio, eligiendo barras de diámetro 20 en la cara superior y de diámetro 16 en la inferior, obtenemos:

$$\frac{2278.7}{\pi \cdot \frac{20^2}{4}} = 7.3 \rightarrow 8\varnothing 20$$

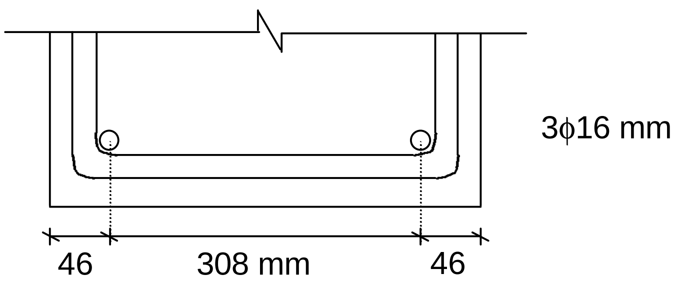
$$\frac{1697.5}{\pi \cdot \frac{16^2}{4}} = 8.4 \rightarrow 9\varnothing 16$$

$$\frac{492.2}{\pi \cdot \frac{16^2}{4}} = 2.4 \rightarrow 3\varnothing 16$$

Comprobamos que caben:

$9\varnothing 16$: $30+8+9\cdot 16+8\cdot 20+8+30=380$ mm $< b$
$8\varnothing 20$: $30+8+8\cdot 20+7\cdot 20+8+30=376$ mm $< b$

Como armadura de compresión deberemos colocar 3 redondos, pues en caso contrario quedarían separados más del límite de 300 mm impuesto por la EHE.



Cuantías mecánicas mínimas:

$$A_s \geq 0.04 \cdot A_c \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Como la menor de las tres áreas traccionadas es la sección C, si cumple para ella será admisible para los empotramientos.

Con 9∅16:

$$A_s = 9 \cdot \pi \cdot \frac{16^2}{4} = 1809.6\ mm^2$$
$$A_c = 400 \cdot 260 = 104000\ mm^2$$

$$0.04 \cdot 104000 \cdot \frac{25/1.5}{410/1.15} = 194.5\ mm^2 \rightarrow \text{por tanto } A_s > 194.5\ mm^2$$

Cuantía geométrica mínima:

Según la EHE, para Vigas y Acero B 400S 3.3‰

$$A_{1CGM} = 3.3 \cdot \frac{400 \cdot 260}{1000} = 343.2\ mm^2$$
$A_{2\ CGM}$ =30%· $A_{1\ CGM}$ =103.0 mm^2

Por tanto, y cubriendo la restricción de que las barras no pueden estar separadas más de 300 mm, tenemos:

Empotramientos:	Vano:
A_1=8∅20	A_1=9∅16
A_2=3∅16	A_2=3∅20

✗ Armado longitudinal

Momento isostático mayorado

$$M_{id} = \gamma_f \cdot \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2 = 1.6 \cdot \frac{1}{8} \cdot 40 \cdot 5^2 = 200\ m \cdot kN$$

Determinación de las secciones de momento nulo

$$\left.\begin{aligned} K_{Ad} &= \frac{M_{Ad}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \\ K_{AF} &= \frac{M_{Bd}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \end{aligned}\right\} \qquad \gamma = 0.21$$

$$\gamma \cdot L = 0.21 \cdot 5 = 1.05 \text{ m.}$$

Momento mitad máximo en el apoyo

$$\left.\begin{aligned} K_{Ad} &= \frac{M_{Ad}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \\ K_{AF} &= \frac{M_{Bd}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \end{aligned}\right\} \qquad \delta = 0.09$$

$$\delta \cdot L = 0.09 \cdot 5 = 0.45 \text{ m.}$$

Momento mitad máximo en el vano

$$\left.\begin{aligned} K_{Ad} &= \frac{M_{Ad}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \\ K_{AF} &= \frac{M_{Bd}}{M_{id}} = \frac{128}{200} = 0.64 \end{aligned}\right\} \qquad \beta = 0.3$$

$$\beta \cdot L = 0.3 \cdot 5 = 1.5 \text{ m.}$$

Longitudes de anclaje

Cara superior:

Teniendo en cuenta que las barras de la cara superior se encuentran en Posición II, la longitud de anclaje será:

$$l_{bII} = 1.4 \cdot m \cdot \phi^2 \not< \frac{f_{yk}}{14} \cdot \phi$$

$$\left.\begin{array}{l} 1.4 \cdot 12 \cdot 2^2 = 67.2 \text{ cm} \\ \dfrac{410}{14} \cdot 2 = 58.6 \text{ cm} \end{array}\right\} \quad l_{b\ II,\ \varnothing 20} = 67.2 \text{ cm}$$

$$l_{b\,neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_s}{A_{s\,real}}$$

Por ser una viga, y además tratarse del tramo medio, adoptamos en todos los casos la prolongación recta.

$$\frac{A_s}{A_{s\,real}} = \frac{2278.7}{2513.3} = 0.91$$

$$8\varnothing 20 = 8 \cdot \pi \cdot \frac{20^2}{4} = 2513.3$$

$$l_{b\,neta} = 67.2 \cdot 0.91 = 61.2 \text{ cm}$$

Como no hemos tenido en cuenta el decalaje de los momentos máximos (positivos y negativos), adoptamos como distancia de seguridad S_d la expresión simplificada propuesta por J. Calavera:

$S_d = 0.85 \cdot d = 0.85 \cdot 212 = 180.2$ mm

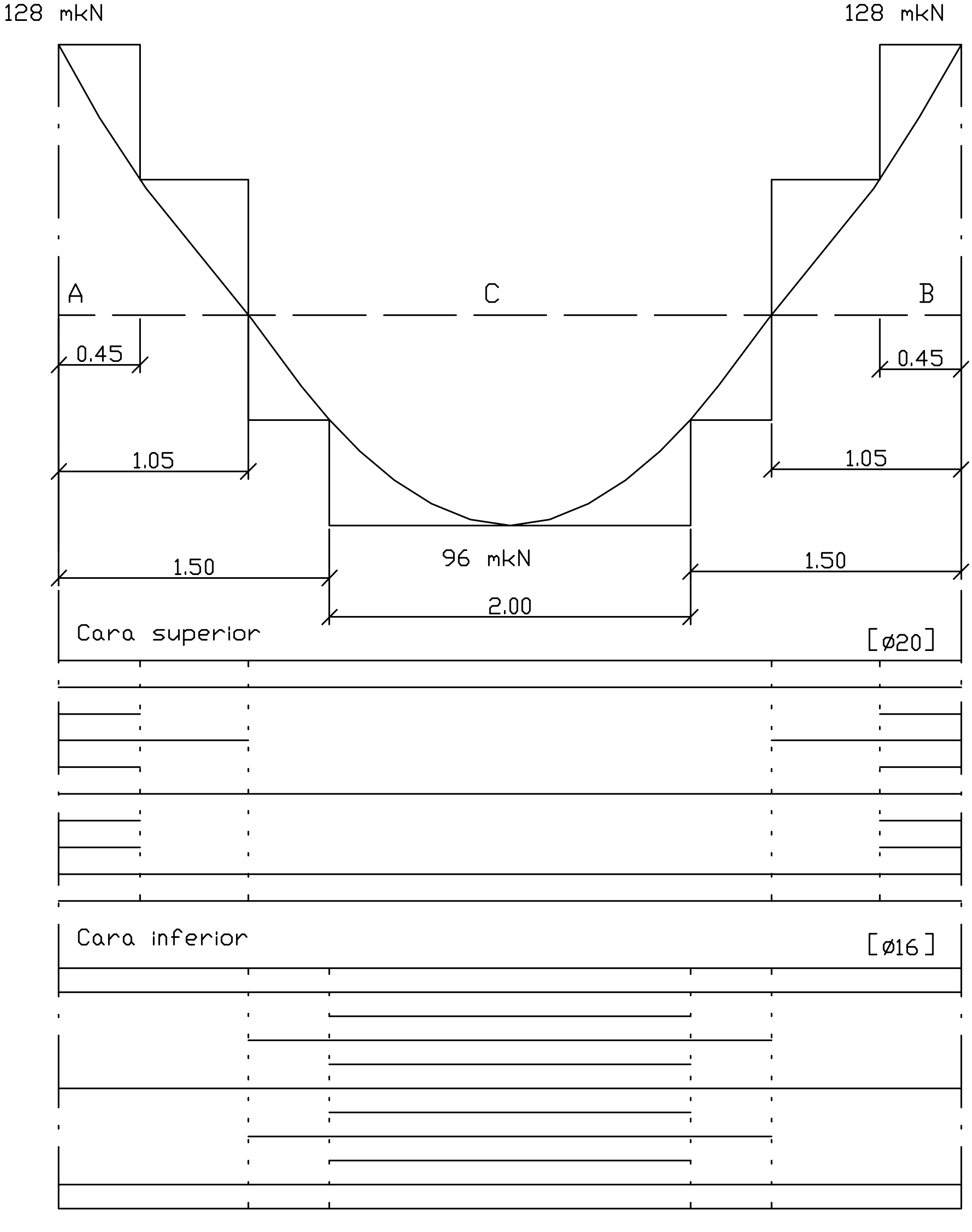
<u>Cara inferior</u>:

En este caso, las barras de la cara inferior se encuentran en Posición I, y la longitud de anclaje será:

$$l_{bI} = m \cdot \phi^2 \not< \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi$$

$$\left.\begin{array}{l} 12 \cdot 1.6^2 = 30.7 \text{ cm} \\ \dfrac{410}{20} \cdot 1.6 = 32.8 \text{ cm} \end{array}\right\} \quad l_{b\ I,\ \varnothing 16} = 32.8 \text{ cm}$$

$$l_{b\,neta} = l_b \cdot \beta \cdot \frac{A_s}{A_{s\,real}} = 32.8 \cdot \frac{1697.5}{1809.6} = 30.83\,\text{cm}$$



Resumiendo:

Las barras de la cara superior se deberán anclar en prolongación recta una distancia 61.2+18.0=79.2 cm, por lo que adoptaremos como longitud de anclaje 80 cm. De igual modo, las barras de la cara inferior se deberán anclar una distancia 30.8+18.0=48.8 cm, por lo que adoptaremos como longitud de anclaje 50 cm.

Estas longitudes de anclaje NO se han pintado en el esquema de armado que aparece en la figura de la página anterior.

Comprobación a esfuerzo cortante

$V_A = V_B = 100$ kN $\qquad V_{Ad} = \gamma_f \cdot A = 160$ kN

$V_C = 0$ kN

$$V_{u1} = 0.30 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

$$V_{u1} = 0.30 \cdot \frac{25}{1.5} \cdot 400 \cdot 212 = 424 \text{ kN}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{5} \cdot V_{u1} = \frac{1}{5} \cdot 424 = 84.8 \text{ kN} \\ \frac{2}{3} \cdot V_{u1} = \frac{2}{3} \cdot 424 = 282.67 \text{ kN} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \frac{1}{5} \cdot V_{u1} < V_d < \frac{2}{3} \cdot V_{u1} \\ 0.60 \cdot d = 0.60 \cdot 212 = 127.2 \text{ mm} \end{array}$$

$$S_t \leq 15 \cdot \varnothing_{min} = 15 \cdot 16 = 240 \text{ mm}$$

$$\varnothing > \frac{1}{4} \cdot \varnothing_{máx} = \frac{1}{4} \cdot 16 = 4 \text{ mm}$$

Teniendo en cuenta estos condicionantes, hemos adoptado cercos de $\varnothing$=8 mm separados 125 mm.

$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$

$$V_{cu} = 0.10 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot b \cdot d$$

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{212}} = 1.97$$

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b \cdot d} \ngtr 0.02$$

$A_s = 8\varnothing 20 = 2513.3\ mm^2$

$$\rho_1 = \frac{2513.3}{400 \cdot 212} = 2.96\,\%; \qquad \rho_1 = 0.02$$

$$V_{cu} = 0.10 \cdot 1.97 \cdot (100 \cdot 0.02 \cdot 25)^{1/3} \cdot 400 \cdot 212 = 61544\ \ N$$

Para comprobar si la separación entre cercos cumple todas las limitaciones de la EHE, vamos a ver la condición impuesta de la fisuración por esfuerzo cortante.

Fisuración por esfuerzo cortante:

En primer lugar, calculamos $\frac{V_d - 3 \cdot V_{cd}}{A_\alpha \cdot d} \cdot \operatorname{sen} \alpha$.

Analizando el numerador se comprueba que $V_d - 3 \cdot V_{cu} < 0$, por lo que la expresión anterior toma valor negativo. Por tanto, la limitación de la separación entre cercos es $S_t \leq 300$ mm, por lo que la adoptada de 125 mm es más exigente.

$$V_{su} = A_{90} \cdot f_{y90,\alpha} \cdot 0.90 \cdot d$$

$$A_\alpha = A_{90} = \frac{2 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4}}{125} = 0.80$$

$$V_{su} = 0.80 \cdot \frac{410}{1.15} \cdot 0.90 \cdot 212 = 54419.47\,\mathrm{N}$$

$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} = 54419.47 + 61544 = 115963.47 \text{ N} < V_d$ No admisible

Vamos a probar respetando el diámetro del cerco (8 mm), la separación entre cercos (125 mm), pero incrementando el número de ramas a 4.

$$A_\alpha = A_{90} = \frac{4 \cdot \frac{\pi \cdot 8^2}{4}}{125} = 1.61$$

$$V_{su} = 1.61 \cdot \frac{410}{1.15} \cdot 0.90 \cdot 212 = 109519.2\,\mathrm{N}$$

$V_{u2} = V_{cu} + V_{su} = 109519.2 + 61544 = 171063.2 \text{ N} > V_d$ Admisible

Comprobación a fisuración

$W_k \leq W_{máx}$ $\qquad$ $W_{máx} = 0.4$ mm

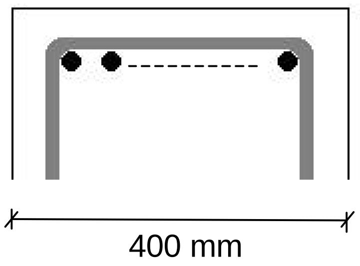
La anchura característica de fisura viene dada por la expresión:

$$W_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_m$$

$\beta = 1.7$

$$s_m = 2 \cdot c + 0.2 \cdot s + 0.4 \cdot K_1 \cdot \frac{\varnothing \cdot A_{c\,eficaz}}{A_s}$$

s es la distancia entre ejes de la armadura longitudinal en la sección de estudio. Recordamos que la sección más desfavorable corresponde al empotramiento, donde la armadura traccionada es 8∅20:



$400 – 2 \cdot 30 – 2 \cdot 8 – 2 \cdot 20 = 284$

$284 – 6 \cdot 20 = 164$

$164 / 7 = 23.4$ mm

$s = 23.4 + 20 = 43.4$ mm

$K_1 = 0.125$

$$A_{c\ eficaz} = b \cdot \frac{h}{4} = 400 \cdot \frac{260}{4} = 26000\ mm^2$$

$$s_m = 2 \cdot 30 + 0.2 \cdot 43.4 + 0.4 \cdot 0.125 \cdot \frac{20 \cdot 26000}{8 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4}} = 79.0\ mm$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[1 - K_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2\right] \not< 0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{0.8 \cdot d \cdot A_s} = \frac{80 \cdot 10^6}{0.8 \cdot 212 \cdot 8 \cdot \frac{\pi \cdot 20^2}{4}} = 187.7\ N/mm^2$$

$E_s = 2 \cdot 10^5\ N/mm^2$

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = 9.38 \cdot 10^{-4}$$

$$0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} = 3.75 \cdot 10^{-4}$$

$K_2 = 0.5$

$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot h^2}{M} = \frac{2.565 \cdot 400 \cdot 260^2}{80 \cdot 10^6} = 0.86697$$

$$f_{ctm} = 0.30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^{\ 2}} = 2.565$$

$$\varepsilon_{sm} = 9.38 \cdot 10^{-4} \cdot \left[1 - 0.5 \cdot (0.86697)^2\right] = 5.84 \cdot 10^{-4} > 0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$W_k = 1.7 \cdot 79.0 \cdot 5.85 \cdot 10^{-4} = 0.08 < 0.4 \text{ mm}$$

Por tanto es admisible a fisuración.

Flecha

Debemos establecer cuanto vale la relación $\frac{L}{d}$ que exime calcular la flecha. Para ello, en primer lugar, debemos determinar si nos encontramos ante un elemento débil o fuertemente armado, teniendo en cuenta que el límite de la cuantía geométrica es del 1.2 ‰.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{9 \cdot \frac{\pi \cdot 16^2}{4}}{400 \cdot 212} = 0.0213 > 0.012$$

Por tanto es un elemento fuertemente armado. Como nos encontramos que la viga es continua y el tramo considerado es intermedio, la relación luz/canto útil $\frac{L}{d}$ ha de ser menor o igual que 20.

$\frac{L}{d} = \frac{5000}{212} = 23.58 \rightarrow$ Por tanto, se debería realizar la comprobación a flecha.