Se pretende instalar una tubería de ƒ200 mm de (PVC 0,6 MPa) de 1800 m de longitud, que salva un desnivel geométrico de 30 m y suministra un caudal de 55 l/s.

La longitud equivalente por pérdidas de carga localizadas es de 20 m.

Se dispone de una bomba formada por varios rodetes de 180 mm de diámetro y con los siguientes puntos de funcionamiento (para un solo rodete) a 1.450 rpm:

Q: 225 m^3/h H: 15 m h: 72%

Q: 175 m^3/h H: 18 m h: 68%

Se pide

a) *Deducir la ecuación caudal-altura y caudal-rendimiento de un solo rodete.*
b) *Ecuación de la curva característica de la instalación.*
c) *Calcular número de rodetes necesarios en la bomba. Ecuación característica de la bomba. Punto de funcionamiento.*
d) *Determinar la velocidad de la bomba con el número de rodetes previamente fijado para conseguir exactamente el caudal requerido.*

a) Deducir la ecuación caudal-altura y caudal-rendimiento de un solo rodete.

La ecuación Q-H en forma simplificada es $H = a + b \cdot Q^2$, luego podemos plantear el sistema de ecuaciones siguientes.

$$\left\{ \begin{array}{l} 15 = a + b \cdot 225^2 \\ 18 = a + b \cdot 175^2 \end{array} \right\}$$

que resuelto nos da:

$a = 22.59$
$b = -1.5 \cdot 10^{-4}$

Luego la ecuación Q-H del rodete será:

$\mathbf{H = 22.59 - 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2}$ (Q en m^3/h)

La ecuación Q-η en forma simplificada es $\eta = E \cdot Q + F \cdot Q^2$, luego el sistema de ecuaciones en este caso será:

$$\left\{ \begin{array}{l} 72 = E \cdot 225 + F \cdot 225^2 \\ 68 = E \cdot 175 + F \cdot 175^2 \end{array} \right\}$$

Y una vez resuelto se obtiene:

$E = 0.628$
$F = -1.37 \cdot 10^{-3}$

Luego la ecuación Q-η del rodete será:

$$\boldsymbol{\eta(\%) = 0.628 \cdot Q - 1.37 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2} \quad \text{(Q en } m^3/h)$$

o bien

$$\boldsymbol{\eta(^{o}/_{1}) = 6.28\cdot10^{-3}\cdot Q - 1.37\cdot10^{-5}\cdot Q^{2}} \quad (Q \text{ en } m^3/h)$$

b) Ecuación de la curva característica de la instalación.

La ecuación pedida es de la forma $H = H_g + K\cdot Q^2$, siendo H_g el desnivel geométrico a vencer por la bomba (componente estático de la ecuación), mientras que el término $K\cdot Q^2$ representa las pérdidas de carga producidas en la instalación (componente dinámico). H_g es dato del ejercicio (H_g = 30 m), por lo que resta calcular las pérdidas de carga (h_T). Al ser dato la longitud equivalente por pérdidas de carga localizada, calcularemos $h_T = J\cdot(L+L_e)$.

Con la fórmula de **Veronesse-Datei** (PVC), se obtiene:

$$J(\%) = \frac{0.092}{D^{4.8}}\cdot Q^{1.8} = \frac{0.092}{0.1882^{4.8}}\cdot 0.055^{1.8} \quad \Rightarrow J = 1.5\%$$

donde D es el ∅ interior y Q el caudal en m^3/s.

$h_c = J\cdot L$

$$h_T = J\cdot(L+L_e) = \frac{1.5}{100}\cdot(1800+20) = 27.3 \text{m.c.a.}$$

Hacemos $h_T = K\cdot Q^2$, con Q en m^3/h para que el parámetro K y por tanto la curva resistente venga dada en las mismas unidades en que obtuvimos las ecuaciones del rodete.

$27.3 = K\cdot198^2 \Rightarrow K= 6.96\cdot10^{-4}$

$\boldsymbol{H = 30 + 6.96\cdot10^{-4}\cdot Q^2}$ (Q en m^3/h)

c) Calcular el número de rodetes necesarios en la bomba. Ecuación característica de la bomba. Punto de funcionamiento.

La altura que tiene que vencer la bomba se obtiene de la curva resistente para $Q = 198\ m^3/h$: $H = 30 + 27.3 = 57.3$ mca

La altura que proporciona un rodete para el caudal solicitado será:

$H = 22.59 - 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 = 22.59 - 1.5 \cdot 10^{-4} \cdot 198^2 = 16.7$ mca

Por tanto, serán necesarios: $\frac{57.3}{16.7} = 3.43 \Rightarrow$ **4 rodetes**

La ecuación característica de la bomba con 4 rodetes:

$H = n\,(a+b \cdot Q^2) \Rightarrow H = 4\,(22.59 - 1.5 \cdot 10^{-4}\,Q^2)$

$\mathbf{H = 90.36 - 6\ 10^{-4} \cdot Q^2}$ (Q en m^3/h)

El punto de funcionamiento es la intersección entre la curva resistente y la ecuación característica de la bomba multicelular. Por tanto, se resuelve el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\left.\begin{aligned} H &= 30 + 6.96 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \\ H &= 90.36 - 6 \cdot 10^{-4} \cdot Q^2 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} H &= 62.4 \text{ mca} \\ Q &= 215.8\ m^3/h \end{aligned}$$

El punto de funcionamiento sería **(215.8 m^3/h, 62.4 mca)**.

d) Determinar la velocidad de la bomba con el número de rodetes previamente fijado para conseguir exactamente el caudal requerido.

La ecuación característica de la bomba a velocidad variable tiene la forma $H = a\cdot \alpha^2 + b\cdot Q^2$, siendo $\acute{a} = \frac{n}{n_1} = \frac{\text{nueva velocidad}}{\text{velocidad original}}$.

Exactamente el caudal requerido es 198 m^3/h, al que corresponde una altura requerida (ya calculada anteriormente) de:

$$H = 30 + 6.96\cdot 10^{-4}\cdot Q^2 = 57.3 \text{ mca}$$

El punto de la curva (198 m^3/h, 57.3 mca) es el punto de funcionamiento deseado, por lo que la ecuación característica de la bomba a velocidad n debe cortar a la curva resistente en ese punto, es decir, debe pasar por él. Por tanto, el punto (198 m^3/h, 57.3 mca) debe satisfacer la ecuación.

$$H = 90.36\cdot \alpha^2 - 6\cdot 10^{-4}\cdot Q^2 \Rightarrow 57.3 = 90.36\cdot \alpha^2 - 6\cdot 10^{-4}\cdot 198^2 \Rightarrow \alpha = 0.94$$

Como $\alpha = \frac{n}{n_1} \Rightarrow n = \alpha\cdot n_1 = 0.94\cdot 1450 \Rightarrow$ **n = 1363 rpm**.