

Para elevar un caudal de 30 l/s a una altura geométrica (H_g) de 28 m se ha instalado un grupo de bombeo con dos bombas en paralelo. Las curvas características de las bombas responden a las ecuaciones:

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2 \quad \eta = 0,105 \cdot Q - 3,83 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

donde Q se expresa en l/s, la altura en m y el rendimiento en tanto por uno.

Si funcionan las dos bombas a la vez con las válvulas completamente abiertas el caudal es de 36 l/s. Se pide:

- a) Representar gráficamente la curva característica de cada bomba.
- b) Representar gráficamente la curva característica del conjunto del grupo de bombeo.
- c) Representar el punto de funcionamiento de la instalación.
- d) Hallar la ecuación característica de la conducción.
- e) Si se parase una bomba, ¿cuál será el punto de funcionamiento de la instalación?
- f) Si funcionan las dos bombas, ¿qué caudal y qué presión me aporta cada bomba?
- g) Se precisa un caudal de 30 l/s y, para ello, se coloca una válvula de cerrado manual. Cuando ésto tiene lugar, ¿cuál es el punto de funcionamiento de la instalación?. ¿Y de cada bomba?
- h) ¿Qué pérdida de carga proporciona la válvula en ese momento?. ¿Qué potencia disipa la válvula?
- i) ¿Qué potencia consume cada bomba?
- j) Se precisa un caudal de 30 l/s y no se desea cerrar la válvula, por lo que deberá llevarse a cabo un recorte de rodetes. ¿Cuál será el nuevo diámetro de rodete para esas condiciones?
- k) Determinar la ecuación característica de la bomba con el rodete recortado.

l) Establecer la ecuación característica del grupo de bombeo con el rodete recortado.

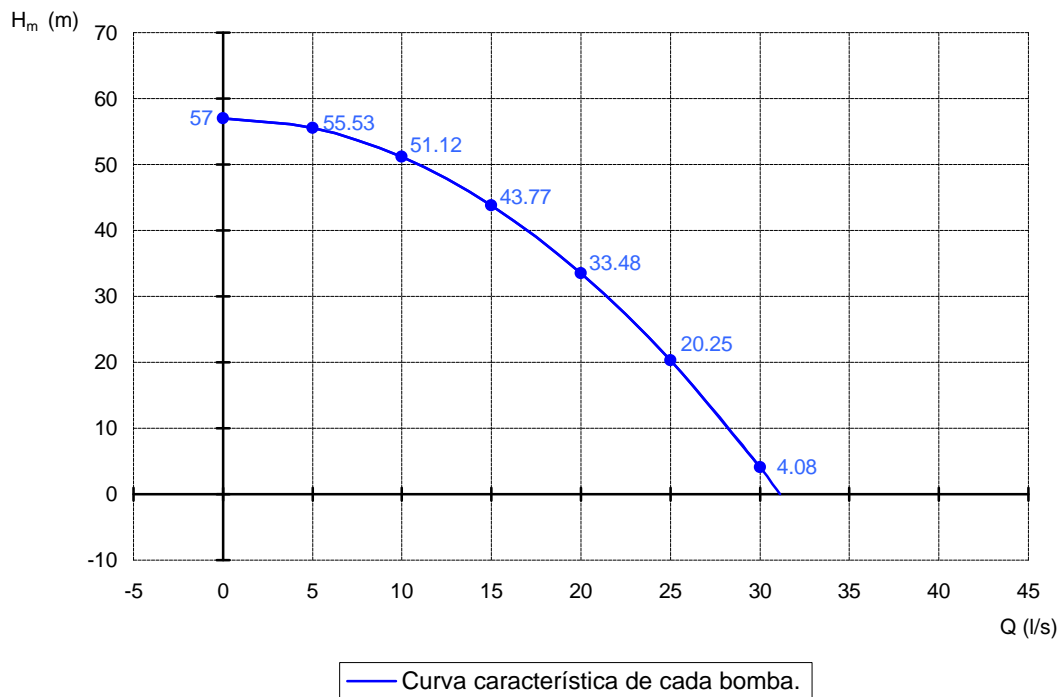
Apartado a).

Para representar gráficamente la curva característica de cada bomba utilizaremos la expresión simplificada de la bomba que nos facilitan.

Esta ecuación viene dada en función del caudal (en l/s). Para obtener dicha curva daremos diferentes valores a Q:

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25	30
H _m (m)	57	55,53	51,12	43,77	33,48	20,25	4,08



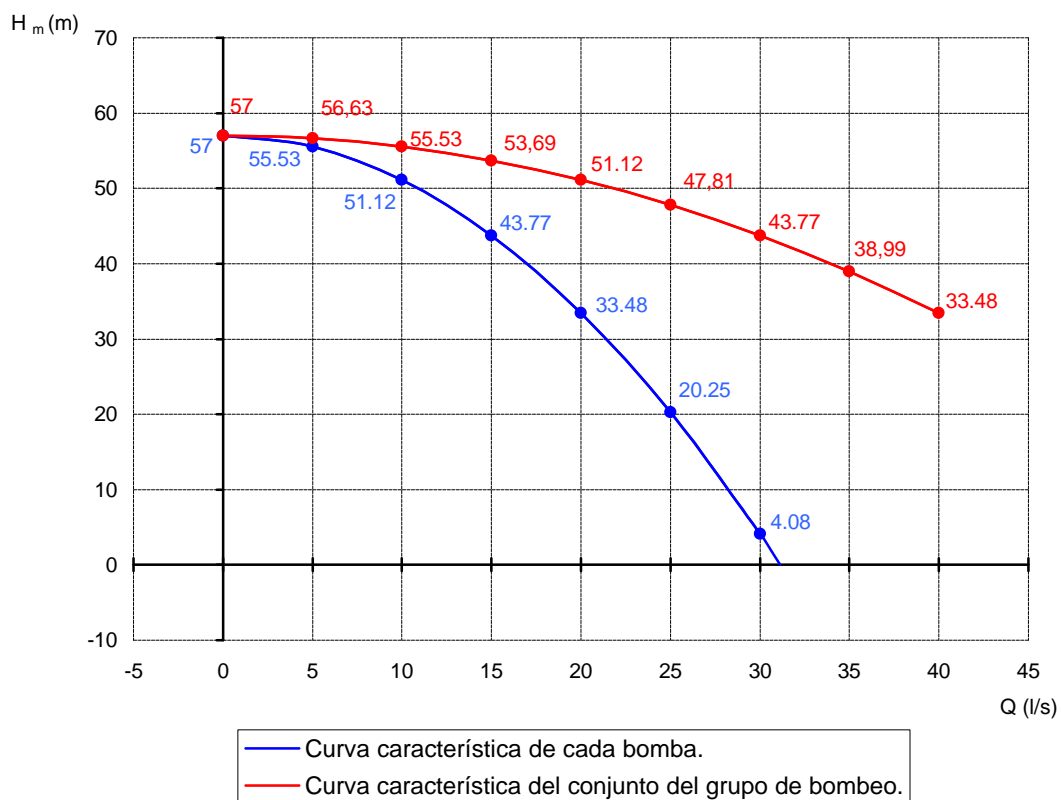
Apartado b).

Para obtener gráficamente la curva característica del conjunto del grupo de bombeo, dividiremos el caudal Q (de la expresión simplificada de la bomba que nos dan) entre n , siendo n el número de bombas que constituyen el conjunto del grupo de bombeo.

En este caso, al tratarse de dos bombas iguales, para una misma presión, el caudal será el doble que en el apartado a).

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{Q}{n}\right)^2 \quad \text{donde } n=2 \text{ bombas}$$

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
H _m (m)	57	56,63	55,53	53,69	51,12	47,81	43,77	38,99	33,48

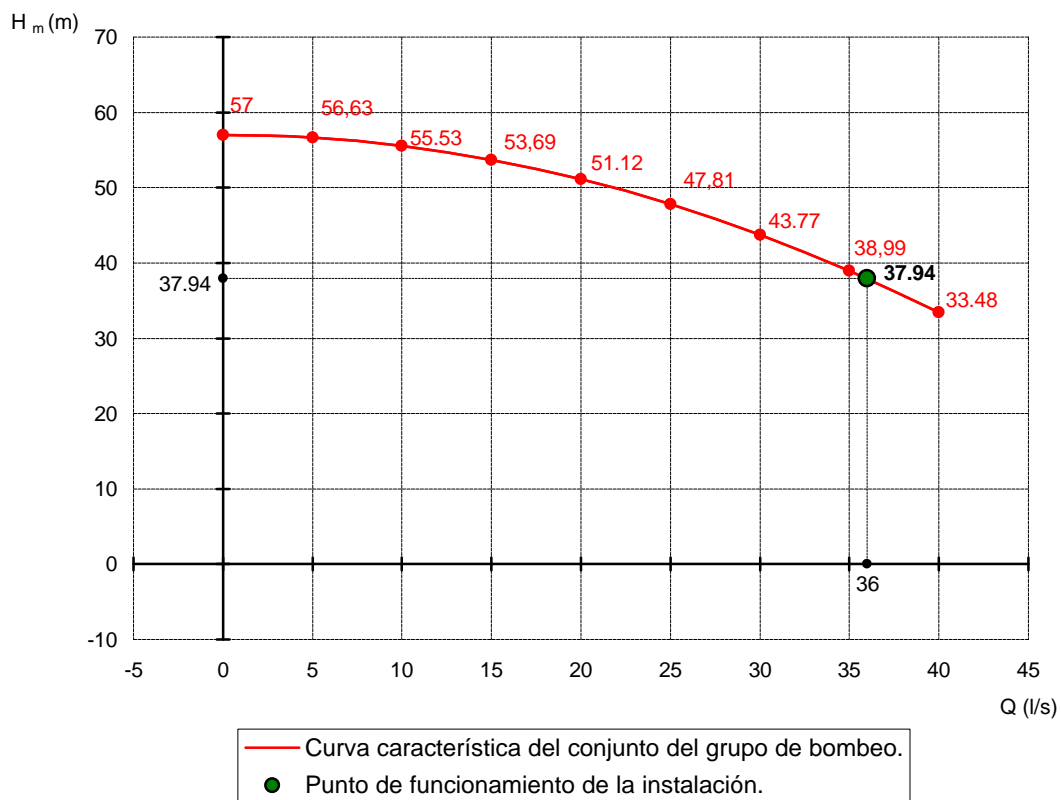


Apartado c).

Para representar el punto de funcionamiento de la instalación determinaremos la presión, sustituyendo en la expresión simplificada de la instalación (hallada en el apartado anterior) el caudal Q que nos proporciona el enunciado cuando las dos bombas funcionan a la vez con las válvulas completamente abiertas (36 l/s).

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{Q}{n}\right)^2$$

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{36}{2}\right)^2 = 37,94 \text{ m.} \rightarrow \boxed{H_m = 37,94 \text{ m.}}$$



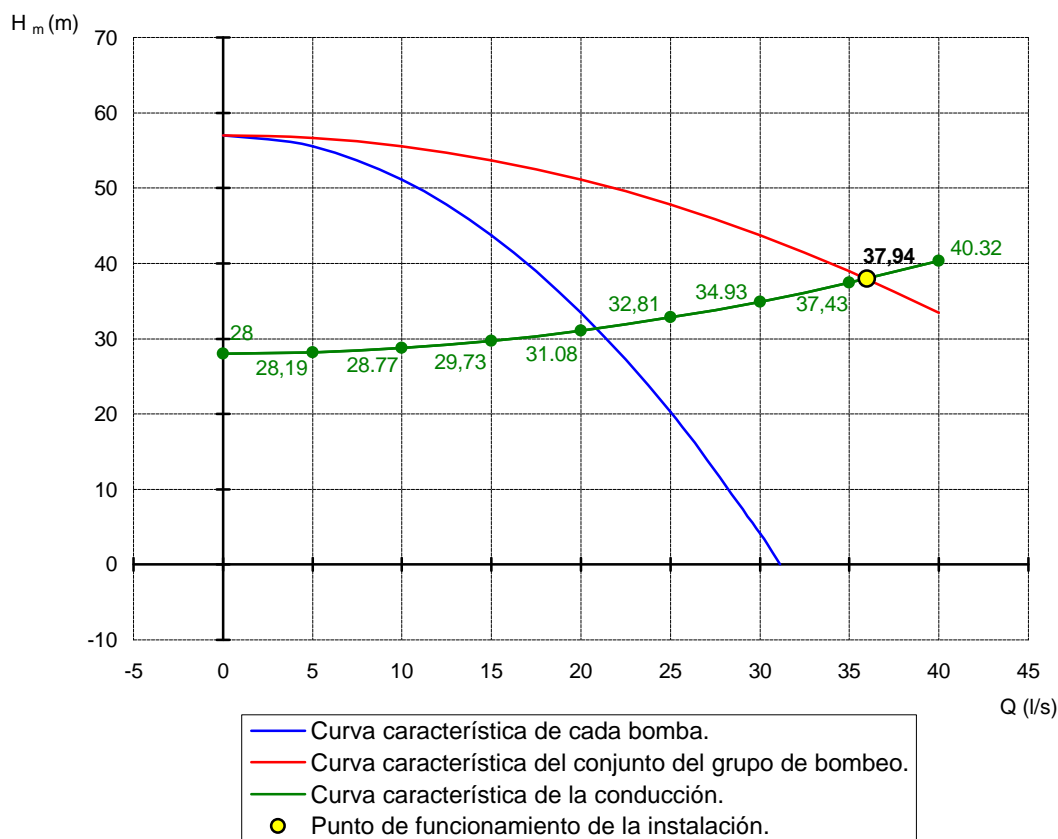
Apartado d).

La ecuación característica de una conducción responde a la expresión general siguiente: $H_m = H_g + H_p = H_g + K \cdot Q^2$

Sustituyendo en esta ecuación la altura correspondiente al punto de funcionamiento de la instalación ($H_m=37,94$ m), la altura geométrica ($H_g=28$ m) y el caudal que las dos bombas (en paralelo) proporcionan con la válvula completamente abierta ($Q=36$ l/s) obtendremos el coeficiente K necesario para determinar la ecuación característica de la conducción.

$$37,94 = 28 + K \cdot 36^2 \rightarrow K = 7,7 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{H_m = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2}$$

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
H_m (m)	28	28,19	28,77	29,73	31,08	32,81	34,93	37,43	40,32



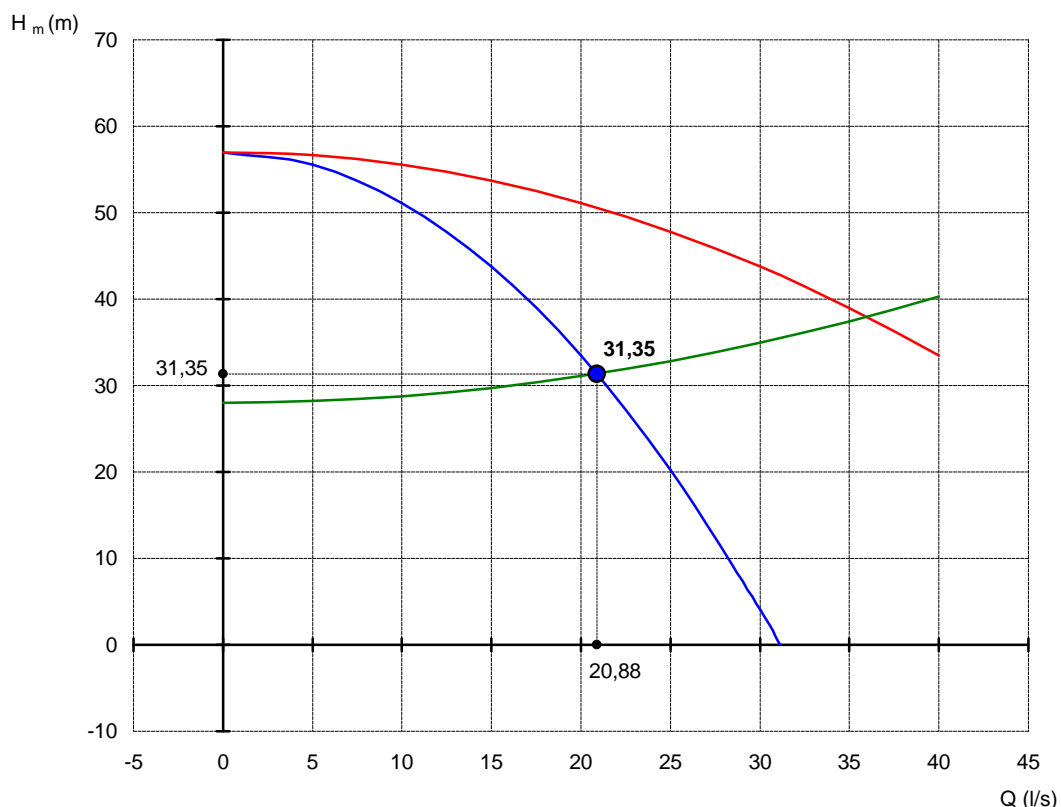
Apartado e).

Si se para una de las bombas, el punto de funcionamiento de la otra bomba viene determinado por la intersección de la curva característica de la conducción y la curva característica de la bomba. Por tanto, igualando las expresiones generales de ambas curvas obtenemos dicho punto de funcionamiento.

$$57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2 = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 \rightarrow \boxed{Q = 20,88 \text{ l/s}}$$

Y la altura de presión correspondiente a ese caudal será:

$$H_m = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot (20,88)^2 \rightarrow \boxed{H_m = 31,36 \text{ m}}$$



- Curva característica de cada bomba.
- Curva característica del conjunto del grupo de bombeo.
- Curva característica de la conducción.
- Punto de funcionamiento de una de las bombas cuando la otra está parada.

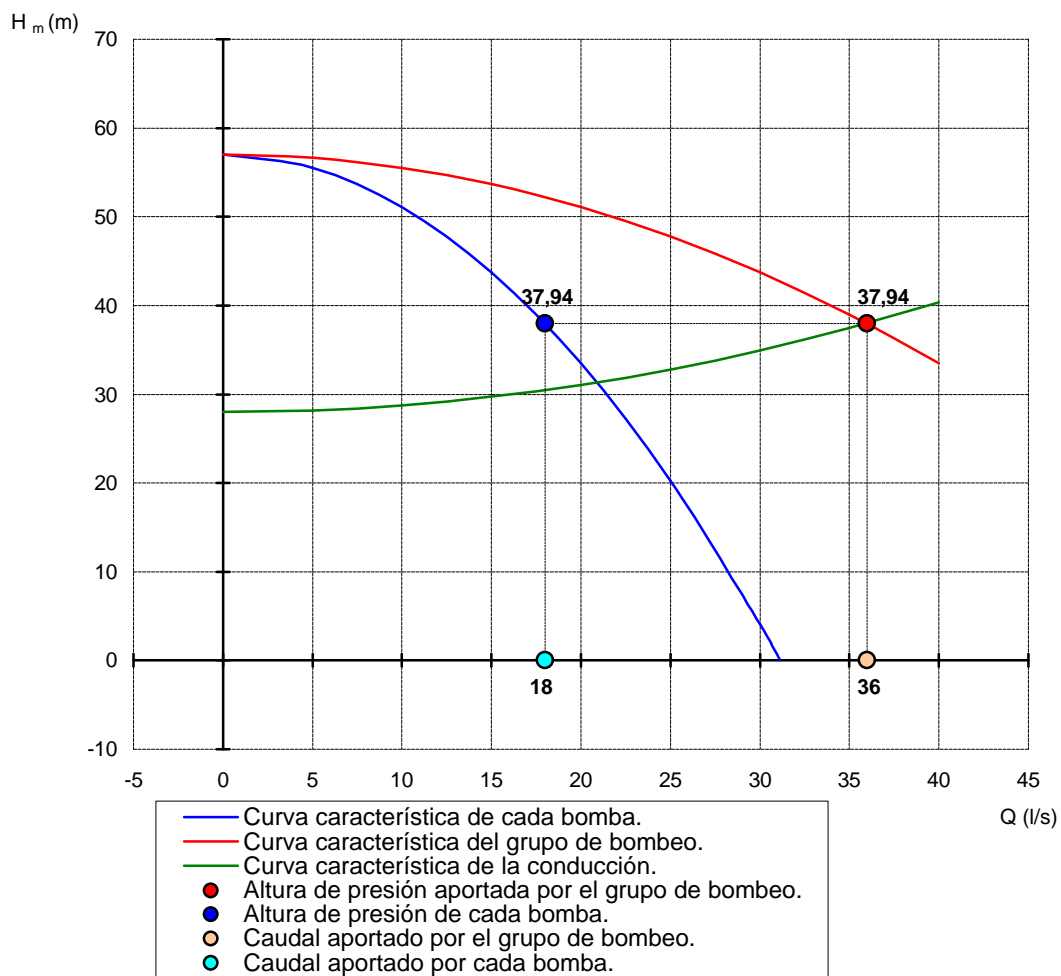
Apartado f).

Cada bomba aportará una altura de presión de 37,94 m, es decir, la misma que me aporta el conjunto del grupo de bombeo. El caudal aportado por cada bomba será:

$$37,94 = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2 \rightarrow Q = \sqrt{\frac{57 - 37,94}{5,88 \cdot 10^{-2}}} = 18 \text{ l/s}$$

Es decir, dicho caudal será la mitad del que me aporta el conjunto del grupo de bombeo.

Por tanto, cada bomba aporta: $H = 37,94 \text{ m}$ y $Q = 18 \text{ l/s}$.



Apartado g).

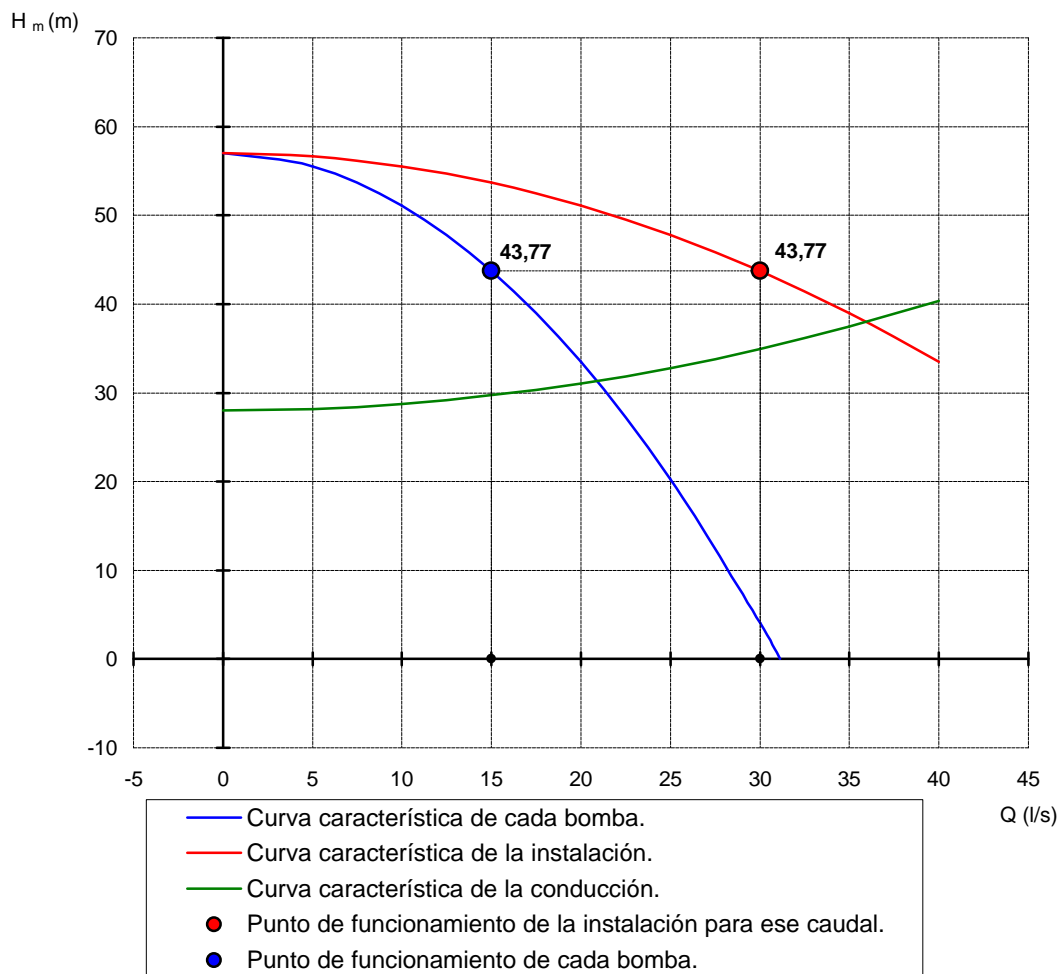
Analíticamente, el punto de funcionamiento de cada bomba y de la instalación cuando el caudal es de 30 l/s será:

$$H_m = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^2 = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 43,77 \text{ m.}$$

Por tanto:

Punto de funcionamiento de la instalación $\Rightarrow (30, 43,77)$.

Punto de funcionamiento de cada bomba $\Rightarrow (15, 43,77)$.



Apartado h).

La ecuación característica de la conducción sin válvula es:

$$H_m = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Determinamos la ecuación característica de la conducción con válvula:

$$H_m = 28 + K \cdot Q^2$$

$$43,77 = 28 + K \cdot 30^2 \qquad K = \frac{43,77 - 28}{900} = 1,75 \cdot 10^{-2}$$

$$H_m = 28 + 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

La pérdida de carga proporcionada por la válvula será:

$$\text{Pérdida de carga que teníamos antes.} \rightarrow 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

$$\text{Pérdida de carga que tenemos ahora.} \rightarrow 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

$$h_c = 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2 - 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

Al calcular h_c , si sustituimos caudales distintos (30 l/s y 36 l/s), no estaremos comparando la pérdida de carga que nos piden sólo en función de la válvula, sino que también la estaremos comparando en función de la diferente velocidad que llevan las tuberías.

$$h_c = 1,75 \cdot 10^{-2} \cdot 30^2 - 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2$$

$$h_c = 8,82 \text{ m.}$$

La potencia que disipa la válvula será:

$$N = Q \cdot h_c \cdot P_e \cdot \frac{1}{75}$$

donde N viene dado en CV, Q en l/s, h_c en m y P_e en l/s.

$$N = 30 \cdot 8,82 \cdot 1 \cdot \frac{1}{75} = 3,528 \text{ CV}$$

$$N = 3,528 \text{ CV} \cdot 0,736 \text{ kw/CV} = 2,596 \cong 2,6 \text{ kw}$$

$$\boxed{N = 2,6 \text{ kw}}$$

Apartado i).

Para calcular la potencia que consume cada bomba será necesario determinar primero cual es el rendimiento (η) cuando la instalación aporta un caudal de 30 l/s.

$$\eta = 0,105 \cdot Q - 3,83 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2$$

$$\eta = 0,105 \cdot \frac{30}{2} - 3,83 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 = 0,71 \text{ (en tanto por uno).}$$

Obtenido el rendimiento de la bomba, podemos ya calcular la potencia que consume cada bomba:

$$N = Q \cdot H_m \cdot P_e \cdot \frac{1}{75 \cdot \eta}$$

$$N = 15 \cdot 43,77 \cdot 1 \cdot \frac{1}{75 \cdot 0,71} = 12,329 \text{ CV}$$

$$N = 12,329 \text{ CV} \cdot 0,736 \text{ kw/CV} = 9,07 \text{ kw}$$

$$N = 9,07 \text{ kw}$$

Apartado j).

Con la válvula completamente abierta se aporta un caudal de 36 l/s. Si queremos 30 l/s y no se desea cerrar la válvula, habrá que realizar un recorte de rodets para, de esa forma, disminuir el aporte de caudal de 36 l/s a 30 l/s.

Por tanto, lo que se pretende es conseguir esos 30 l/s sin modificar la curva característica de la conducción y, para ello, tendremos que modificar la curva característica de la bomba y, en consecuencia, la del grupo de bombeo.

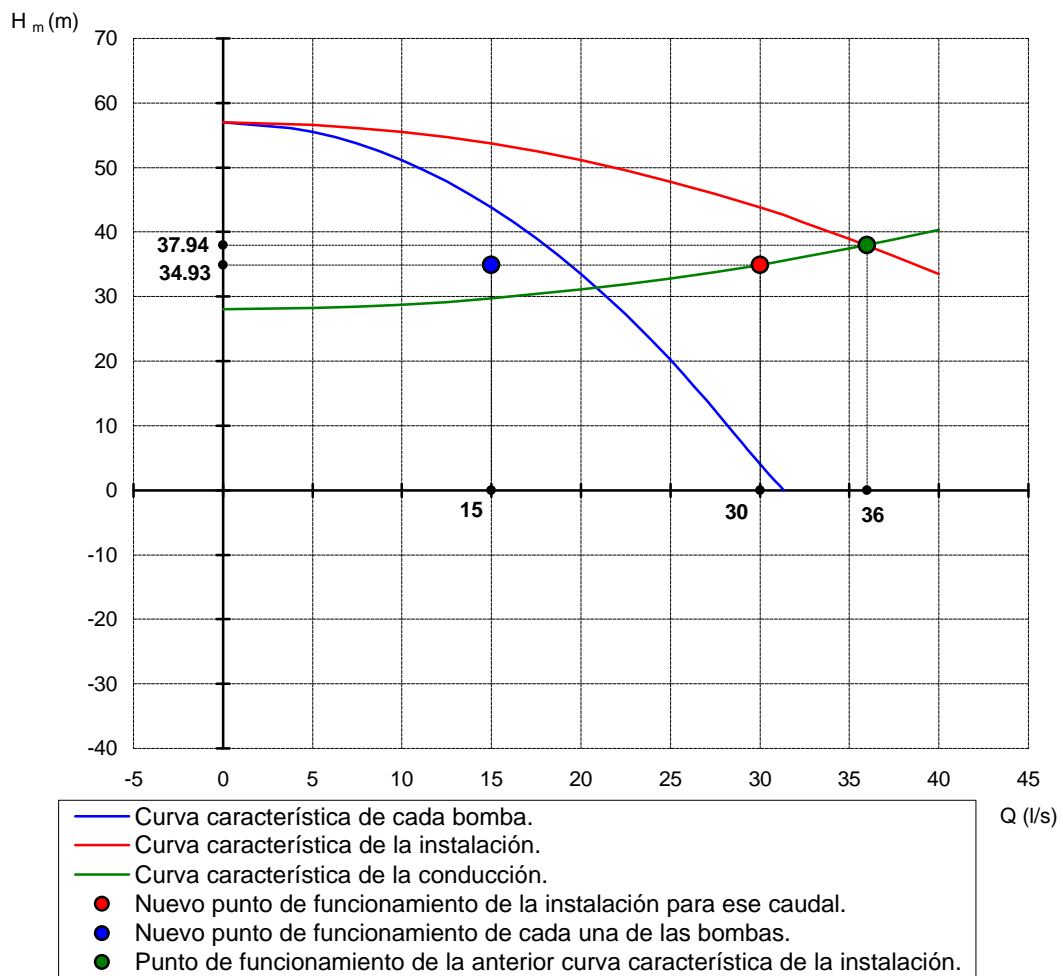
Primeramente calcularemos el nuevo punto de funcionamiento de la instalación y de cada bomba, sustituyendo el caudal (30 l/s) que queremos que aporte el grupo de bombeo en la ecuación característica de la conducción:

$$H_m = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot Q^2 = 28 + 7,7 \cdot 10^{-3} \cdot 30^2 = 34,93 \text{ m.}$$

Nuevo punto de funcionamiento de la instalación. → (30, 34,93)

Nuevo punto de funcionamiento de cada bomba. → (15, 34,93)

Las gráficas que describen el funcionamiento del sistema son:



Para calcular el nuevo diámetro de rodete utilizaremos las ecuaciones de semejanza de una bomba que no varía su velocidad de giro:

$$\frac{H_p}{H_{p_1}} = \frac{Q_p}{Q_{p_1}} = \left(\frac{D}{D_1}\right)^2 = \lambda^2 \qquad D = D_1 \cdot \sqrt{\frac{H_p}{H_{p_1}}}$$

Calculamos primeramente H_{p_1} :

$$\frac{Q_p}{Q_{p_1}} = \frac{H_p}{H_{p_1}} \qquad \frac{15}{Q_{p_1}} = \frac{34,93}{H_{p_1}}$$

$$Q_{p_1} = \frac{H_{p_1} \cdot 15}{34,93}$$

$$H_{p_1} = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot Q_{p_1}^2 = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{H_{p_1} \cdot 15}{34,93} \right)^2$$

$$H_{p_1} = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot (0,429 \cdot H_{p_1})^2 \quad 0 = 57 - 5,88 \cdot 10^{-2} \cdot 0,184 \cdot H_{p_1}^2 - H_{p_1}$$

$$0 = 57 - H_{p_1} - 0,01 \cdot H_{p_1}^2 \Rightarrow \begin{cases} H_{p_1} = 40,55 \\ H_{p_1} = -140,55 \end{cases}$$

$$H_{p_1} = 40,55 \text{ m.}$$

$$Q_{p_1} = \frac{H_{p_1} \cdot 15}{34,93} = \frac{40,55 \cdot 15}{34,93} = 17,41 \text{ l./s.}$$

Con H_{p_1} calculado, obtenemos una expresión que nos relaciona el diámetro inicial del rodete con el nuevo diámetro tras el recorte del mismo.

$$D = D_1 \cdot \sqrt{\frac{H_p}{H_{p_1}}} = D_1 \cdot \sqrt{\frac{34,93}{40,55}}$$

$$\boxed{D = D_1 \cdot 0,928}$$

Apartado k).

La ecuación característica de la bomba con el rodete recortado la calcularemos de la siguiente forma:

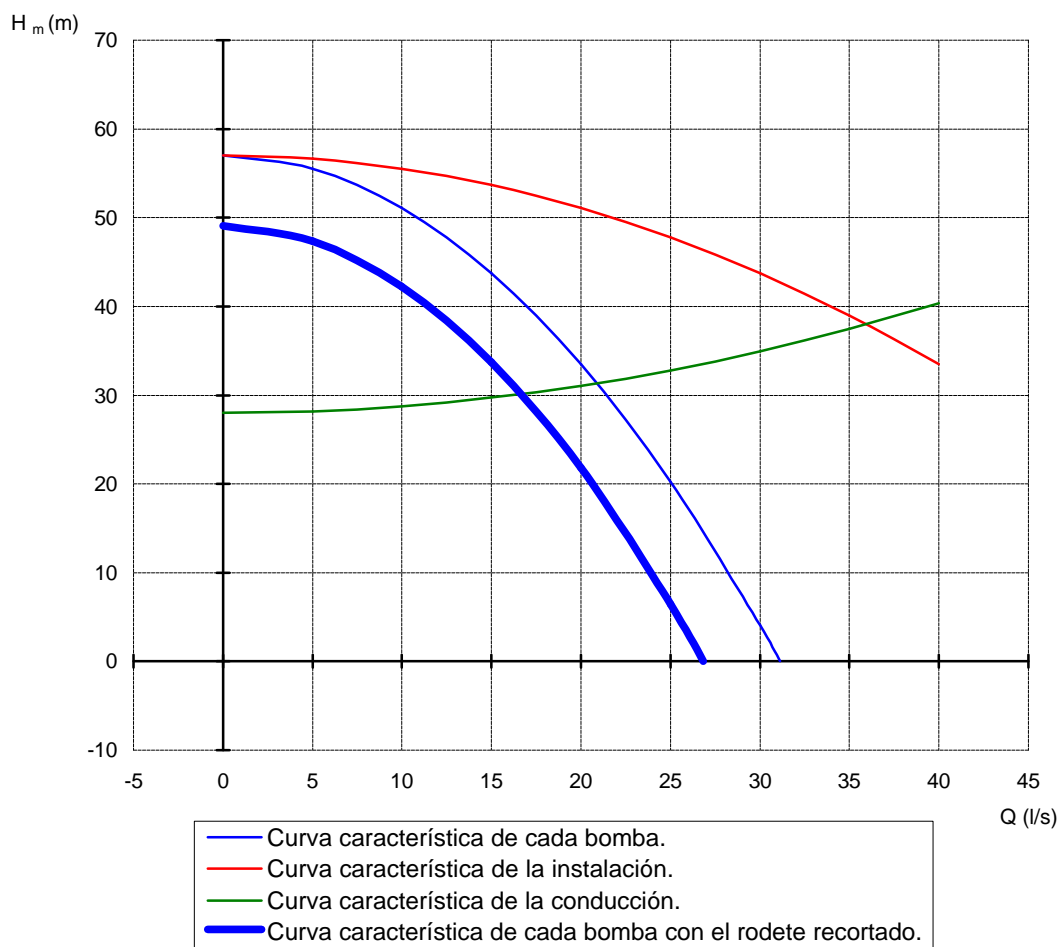
$$\text{Como } \left(\frac{D}{D_1} \right)^2 = \lambda^2 \quad \text{y} \quad D = D_1 \cdot 0,928 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 0,928$$

$$H_m = 57 \cdot \lambda^2 - \frac{5,88 \cdot 10^{-2}}{\lambda^2} \cdot Q^2 \quad H_m = 57 \cdot (0,928)^2 - \frac{5,88 \cdot 10^{-2}}{(0,928)^2} \cdot Q^2$$

$$H_m = 49,08 - 6,82 \cdot 10^{-2} \cdot Q^2$$

y su representación gráfica es:

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25
H _m (m)	49,08	47,37	42,26	33,73	21,8	6,45



Apartado I).

La ecuación característica del grupo de bombeo con el rodete recortado será:

$$H_m = 57 \cdot \lambda^2 - \frac{5,88 \cdot 10^{-2}}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^2 \qquad H_m = 57 \cdot (0,928)^2 - \frac{5,88 \cdot 10^{-2}}{(0,928)^2} \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^2$$

$$H_m = 49,08 - 6,82 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^2$$

Q (l/s)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
H _m (m)	49,08	48,65	47,37	45,24	42,26	38,42	33,73	28,19	21,8

