

4.2. Ejemplo de aplicación.

Continuando con el pórtico descrito en el apartado (3.8), se van a calcular las cargas y, posteriormente, seguir con el cálculo matricial, obteniendo los desplazamientos y las solicitaciones de las barras.

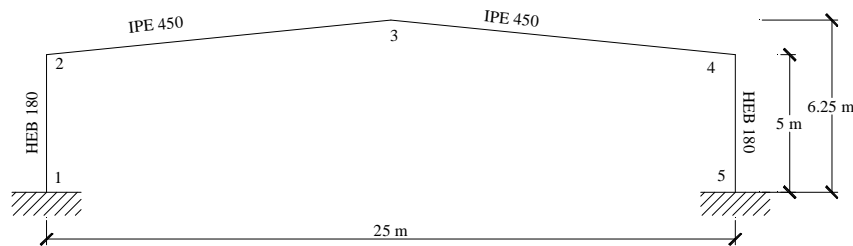


Figura 25: Geometría del pórtico ejemplo.

La estructura estará ubicada en Ciudad Real, capital manchega situada en la meseta sur a 640 m de altitud. El material de cubierta que se emplea es chapa galvanizada, con un peso de 10 kg/m^2 , y como correas, perfiles Z conformados en frío, de canto 180 mm y 2 mm de espesor, separadas cada 2 m.

Como se avanzó en el epígrafe (3.8), el predimensionamiento se ha realizado con los perfiles siguientes:

Tabla 3.
Perfiles del pórtico ejemplo.

	Perfil	Peso (kp/m)
Pilar	HEB 280	103.0
Dintel	IPE 450	77.6

4.2.1. Obtención de las cargas.

- Peso propio

Correas	2.479 kg/m^2	
Cubierta	10 kg/m^2	
	<hr/>	
	12.479 kg/m^2	$12.479 \cdot 5 = 62.395 \text{ kg/m}$

Dintel 77.6 kg/m

139.995 kg/m

Con una carácter conservador, y para manejar cargas aplicadas directamente sobre los nudos, se suponen aplicadas en los nudos 2 y 4 unas cargas puntuales de 515 kg, que representan el peso de cada soporte (103 · 5 kg).

- Viento

Ciudad Real se encuentra en la zona eólica X. Si se considera que desde el punto de vista de la exposición de la estructura al viento, la exposición es normal, si se determina que la estructura dispondrá de un porcentaje de huecos inferior al 33% y recordando las características geométricas del pórtico (altura de pilares 5 m, altura de clave 6.25 m y ángulo de inclinación de cubierta $\alpha = \text{arc tg}0.10 = 5.71^\circ$), en la NTE ECV-76 se obtienen los valores de presión (o succión) del viento en las distintas partes de la estructura. Así:

HIPOTESIS A		m		
		H1	H	H2
		6	6.25	14
α_1	0	-13	-13.09	-16
α	5.71	-5.58	-5.616	-6.86
α_2	10	0	0	0
n		-13	-13.094	-16

HIPOTESIS B		m		
		H1	H	H2
		6	6.25	14
α_1	0	-51	-51.38	-63
α	5.71	-43.58	-43.898	-53.86
α_2	10	-38	-38.28125	-47
n		-51	-51.375	-63

Figura 26: Carga de viento sobre cubiertas en el pórtico ejemplo.

Como se muestra en la figura 26, es necesario interpolar entre los valores que aparecen en la Norma.

De este modo, las cargas de viento perpendiculares a las dos vertientes de la cubierta, son:

Tabla 4.
Carga de viento sobre cubiertas.

	m (kg/m ²)	n (kg/m ²)
Hipótesis A	-5.616	-13.094
Hipótesis B	-43.898	-51.375

El signo (–) indica que las cargas son de succión. Estos valores, al tener en cuenta la separación de 5 m entre pórticos, se transforman en:

Tabla 5.
Carga uniforme de viento sobre cubierta.

	m (kg/m)	n (kg/m)
Hipótesis A	-28.08	-65.47
Hipótesis B	-219.49	-256.875

De igual modo, la Norma nos proporciona los valores de presión y succión del viento a barlovento y sotavento de la edificación. También será necesario realizar la interpolación que se muestra en la figura 27.

	H1	H	H2
	3	5.00	6
q	60	64.667	67

barlovento 43.111 kp/m²
sotavento 21.556 kp/m²

Figura 27: Carga total de viento sobre edificios.

Al igual que se ha operado con las cargas de viento que actúan sobre la cubierta, al tener en cuenta la separación de 5 m entre pórticos, estos valores se transforman en:

Tabla 6.
Carga lateral de viento.

	q (kg/m)
Barlovento	215.555
Sotavento	107.780

- Nieve

Para poblaciones que se encuentran entre 601 y 800 m de altitud sobre el nivel del mar, la sobrecarga de nieve en proyección horizontal según la NBE AE-88 es de 80 kg/m^2 , valor que se puede reducir multiplicando por el coseno del ángulo que forma la cubierta al tener una inclinación inferior a 60° .

Además, multiplicando por la separación entre pórticos se obtiene el valor de la sobrecarga de nieve

$$q = 80 \cdot \cos 5.71 \cdot 5 = 398.015 \text{ kg/m}$$

Teniendo en cuenta que las cargas de viento sobre cubierta son cargas de succión (esto sucede siempre que la pendiente sea inferior al 17.64% en la zona eólica X y para la altura de cumbrera del pórtico ejemplo), la combinación de acciones más desfavorable corresponde a la situación de peso propio más nieve, que será la hipótesis de carga que se desarrolla a continuación, y que se representa en la figura 28, ya con las cargas en unidades de kg y cm.

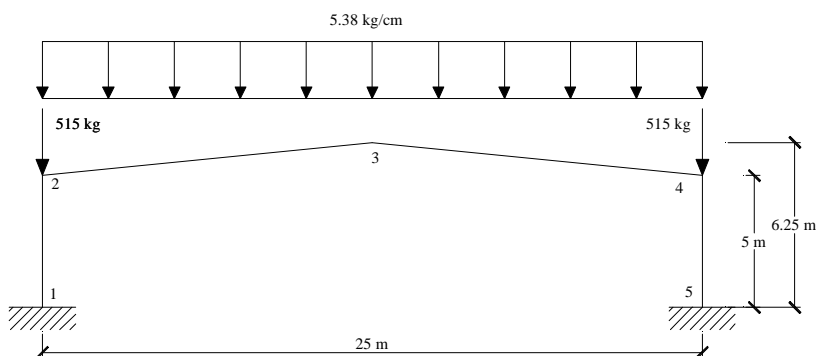


Figura 28: Combinación de acciones más desfavorable en el pórtico ejemplo.

4.2.2. Desplazamiento de los nudos.

a) Estado de carga 1

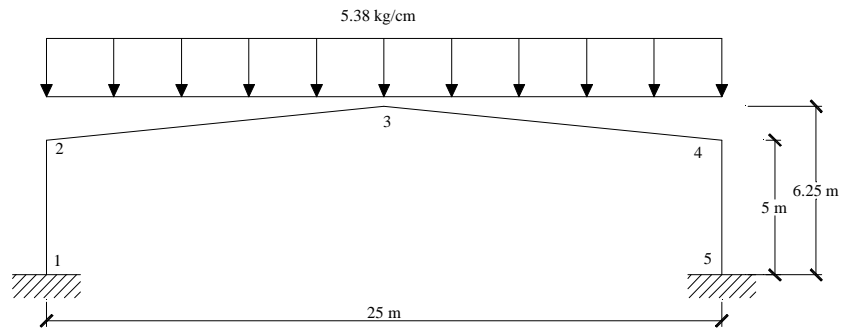


Figura 29: Cargas aplicadas sobre las barras en el pórtico ejemplo.

En la figura 29 se representa el estado de carga 1, en el que no aparecen las cargas que están directamente aplicadas sobre los nudos.

En este estado de carga consideramos las barras empotradas en sus extremos.

- Barra 2-3

En la figura 30 se muestra la descomposición de la carga vertical (peso propio + nieve) según los ejes locales de la barra.

Sus valores son:

$$q_y = q \cdot \cos^2 \alpha = 5.38 \cdot \cos^2 5.71 = 5.327 \text{ kg/cm}$$

$$q_x = q \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 5.38 \cdot \cos 5.71 \cdot \sin 5.71 = 0.533 \text{ kg/cm}$$

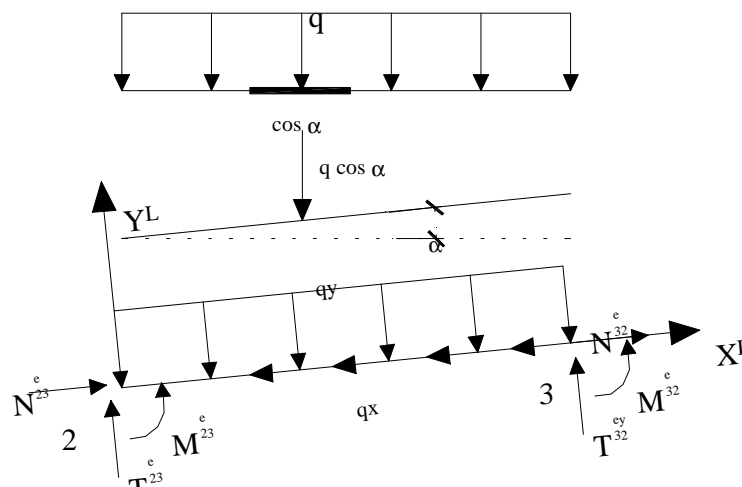


Figura 30: Descomposición de cargas.

Las reacciones de empotramiento son

$$N_{23}^e = \frac{q_x \cdot L}{2} = \frac{0.533 \cdot 1256.234}{2} = 334.786 \text{ kg}$$

$$T_{23}^e = \frac{q_y \cdot L}{2} = \frac{5.327 \cdot 1256.234}{2} = 3345.979 \text{ kg}$$

$$M_{23}^e = \frac{q_y \cdot L^2}{12} = \frac{5.327 \cdot 1256.234^2}{12} = 700555.485 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$N_{32}^e = \frac{q_x \cdot L}{2} = \frac{0.533 \cdot 1256.234}{2} = 334.786 \text{ kg}$$

$$T_{32}^e = \frac{q_y \cdot L}{2} = \frac{5.327 \cdot 1256.234}{2} = 3345.979 \text{ kg}$$

$$M_{32}^e = -\frac{q_y \cdot L^2}{12} = \frac{5.327 \cdot 1256.234^2}{12} = -700555.485 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Por consiguiente, las reacciones de empotramiento en coordenadas locales son:

$$\{R_{23}^e\}_L = \begin{Bmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_L \quad \text{y} \quad \{R_{32}^e\}_L = \begin{Bmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{Bmatrix}_L$$

- Barra 3-4

Las cargas descompuestas según los ejes locales valen:

$$q_y = q \cdot \cos^2 \alpha = 5.38 \cdot \cos^2 354.29 = 5.327 \text{ kg/cm}$$

$$q_x = q \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = 5.38 \cdot \cos 354.29 \cdot \sin 354.29 = -0.533 \text{ kg/cm}$$

Las reacciones de empotramiento son

$$N_{34}^e = \frac{q_x \cdot L}{2} = \frac{-0.533 \cdot 1256.234}{2} = -334.786 \text{ kg}$$

$$T_{34}^e = \frac{q_y \cdot L}{2} = \frac{5.327 \cdot 1256.234}{2} = 3345.979 \text{ kg}$$

$$M_{34}^e = \frac{q_y \cdot L^2}{12} = \frac{5.327 \cdot 1256.234^2}{12} = 700555.485 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$N_{43}^e = \frac{q_x \cdot L}{2} = \frac{-0.533 \cdot 1256.234}{2} = -334.786 \text{ kg}$$

$$T_{43}^e = \frac{q_y \cdot L}{2} = \frac{5.327 \cdot 1256.234}{2} = 3345.979 \text{ kg}$$

$$M_{43}^e = -\frac{q_y \cdot L^2}{12} = -\frac{5.327 \cdot 1256.234^2}{12} = -700555.485 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

Por tanto, las reacciones de empotramiento en coordenadas locales son:

$$\{R_{34}^e\}_L = \begin{Bmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_L \quad \text{y} \quad \{R_{43}^e\}_L = \begin{Bmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{Bmatrix}_L$$

b) Estado de carga 2

Premultiplicando los anteriores vectores de reacciones de empotramiento por sus correspondientes matrices de rotación [R] se obtienen los vectores de reacciones de empotramiento en coordenadas globales.

$$\{R_{23}^e\}_G = \begin{Bmatrix} F_{23}^{ex} \\ F_{23}^{ey} \\ M_{23}^e \end{Bmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0.99503719 & -0.099503719 & 0 \\ 0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{R_{32}^e\}_G = \begin{Bmatrix} F_{32}^{ex} \\ F_{32}^{ey} \\ M_{32}^e \end{Bmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0.99503719 & -0.099503719 & 0 \\ 0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ -700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{R_{34}^e\}_G = \begin{Bmatrix} F_{34}^{ex} \\ F_{34}^{ey} \\ M_{34}^e \end{Bmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0.99503719 & 0.099503719 & 0 \\ -0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{R_{43}^e\}_G = \begin{Bmatrix} F_{43}^{ex} \\ F_{43}^{ey} \\ M_{43}^e \end{Bmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0.99503719 & 0.099503719 & 0 \\ -0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ -700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

Las cargas directamente aplicadas sobre los nudos 2 y 4, correspondientes al peso propio del pilar, en coordenadas locales, son:

$$\{P_{2d}\}_L = \begin{Bmatrix} -515 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_L \quad \text{y} \quad \{P_{4d}\}_L = \begin{Bmatrix} 515 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_L$$

En coordenadas globales, los vectores son

$$\{P_{2d}\}_G = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} -515 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} 0 \\ -515 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{P_{4d}\}_G = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 515 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -515 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

En este estado de carga, las cargas que actúan sobre los nudos libres $\{P_a\}_G$ son la suma de las cargas directamente aplicadas en los nudos $\{P_{ad}\}_G$ y de las acciones de empotramiento $\{A^e\}_G$, es decir:

$$\{P_a\}_G = \{P_{ad}\}_G + \{A^e\}_G$$

o lo que es lo mismo

$$\{P_a\}_G = \{P_{ad}\}_G - \{R^e\}_G$$

Concretando,

$$\{P_2\}_G = \begin{Bmatrix} 0 \\ -515 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -3877.697 \\ -700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{P_3\}_G = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ -700555.485 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -6725.394 \\ 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{P_4\}_G = \begin{Bmatrix} 0 \\ -515 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 3362.697 \\ -700555.485 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -3877.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_G$$

Para este estado de carga, la ecuación matricial del pórtico es:

$$\{P_a\}_G = [K] \cdot \{d_1\}_G$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -3877.697 \\ -700555.485 \\ 0 \\ -6725.394 \\ 0 \\ 0 \\ -3877.697 \\ 700555.485 \end{Bmatrix}_G = [K] \cdot \begin{Bmatrix} \delta_{x2} \\ \delta_{y2} \\ \theta_2 \\ \delta_{x3} \\ \delta_{y3} \\ \theta_3 \\ \delta_{x4} \\ \delta_{y4} \\ \theta_4 \end{Bmatrix}_G$$

siendo $[K]$ la matriz de rigidez del pórtico calculada en el apartado (3.8.6).

De esta ecuación matricial se deducen los desplazamientos de los nudos en el estado de carga real, que son:

$$\begin{Bmatrix} \delta_{x2} \\ \delta_{y2} \\ \theta_2 \\ \delta_{x3} \\ \delta_{y3} \\ \theta_3 \\ \delta_{x4} \\ \delta_{y4} \\ \theta_4 \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -0.8217\text{cm} \\ -0.0132\text{cm} \\ -0.0041\text{rad} \\ 0.0000\text{cm} \\ -8.6845\text{cm} \\ 0.0000\text{rad} \\ 0.8217\text{cm} \\ -0.0132\text{cm} \\ 0.0041\text{rad} \end{Bmatrix}_G$$

4.2.3. Solicitaciones de extremo.

Las solicitaciones de extremo en el estado de carga real vienen dadas por la expresión [23]:

$$\{S\}_L = \{R^e\}_L + [C] \cdot \{d\}_G$$

- Barra 1-2

Calculamos en primer lugar las matrices de conversión $[C_{ij}]$, que vienen definidas por $[C_{ij}]_L = [K_{ij}] \cdot [R]^T$:

$$[C_{11}]_L = \begin{pmatrix} 550200 & 0 & 0 \\ 0 & 3884.83 & 971208 \\ 0 & 971208 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & 971208 \\ -971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{12}]_L = \begin{pmatrix} -550200 & 0 & 0 \\ 0 & -3884.83 & 971208 \\ 0 & -971208 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & 971208 \\ 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{21}]_L = \begin{pmatrix} -550200 & 0 & 0 \\ 0 & -3884.83 & -971208 \\ 0 & 971208 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & -971208 \\ -971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{22}]_L = \begin{pmatrix} 550200 & 0 & 0 \\ 0 & 3884.83 & -971208 \\ 0 & -971208 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & -971208 \\ 971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix}$$

$$\{S_{12}\}_L = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & 971208 \\ -971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & 971208 \\ 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.8217 \\ -0.0132 \\ -0.0041 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{21}\}_L = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & -971208 \\ -971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & -971208 \\ 971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.8217 \\ -0.0132 \\ -0.0041 \end{Bmatrix}$$

En resumen, las solicitaciones de extremo en la barra 1-2, en kg y kg·cm, son:

$$\{S_{12}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{12} \\ T_{12} \\ M_{12} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} 7240 \\ -7168 \\ -1460594 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{21}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{21} \\ T_{21} \\ M_{21} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} -7240 \\ 7168 \\ -2123201 \end{Bmatrix}$$

- Barra 2-3

$$[R]^T = \begin{pmatrix} 0.99503719 & 0.099503719 & 0 \\ -0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[C_{22}] = \begin{pmatrix} 165160.25 & 0 & 0 \\ 0 & 428.88 & 269385.51 \\ 0 & 269385.51 & 2256075682 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} 164340.59 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & 426.75 & 269385.51 \\ -26804.84 & 268048.60 & 2256075682 \end{pmatrix}$$

$$[C_{23}] = \begin{pmatrix} -165160.25 & 0 & 0 \\ 0 & -428.88 & 269385.51 \\ 0 & -269385.51 & 112803784.1 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} -164340.59 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & -426.75 & 269385.51 \\ 26804.84 & -268048.60 & 112803784.1 \end{pmatrix}$$

$$[C_{32}] = \begin{pmatrix} -165160.25 & 0 & 0 \\ 0 & -428.88 & -269385.51 \\ 0 & 269385.51 & 112803784.1 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} -164340.59 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & -426.75 & -269385.51 \\ -26804.84 & 268048.60 & 112803784.1 \end{pmatrix}$$

$$[C_{33}] = \begin{pmatrix} 165160.25 & 0 & 0 \\ 0 & 428.88 & -269385.51 \\ 0 & -269385.51 & 225607568.2 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} 164340.59 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & 426.75 & -269385.51 \\ 26804.84 & -268048.60 & 225607568.2 \end{pmatrix}$$

$$\{S_{23}\}_L = \begin{Bmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 164340.59 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & 426.75 & 269385.51 \\ -26804.84 & 268048.60 & 225607568.2 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.8217 \\ -0.0132 \\ -0.0041 \end{Bmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} -164340.59 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & -426.75 & 269385.51 \\ 26804.84 & -268048.60 & 112803784.1 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.6845 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{32}\}_L = \begin{Bmatrix} 334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} -164340.59 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & -426.75 & -269385.51 \\ -26804.84 & 268048.60 & 112803784.1 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.8217 \\ -0.0132 \\ -0.0041 \end{Bmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 164340.59 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & 426.75 & -269385.51 \\ 26804.84 & -268048.60 & 225607568.2 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.6845 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

En resumen, las solicitaciones de extremo en la barra 2-3 son:

$$\{S_{23}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{23} \\ T_{23} \\ M_{23} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} 7801 \\ 5978 \\ 2123201 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{32}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{32} \\ T_{32} \\ M_{32} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} -7132 \\ 713 \\ 1183936 \end{Bmatrix}$$

- Barra 3-4

$$[R]^T = \begin{pmatrix} 0.99503719 & -0.099503719 & 0 \\ 0.099503719 & 0.99503719 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[C_{33}] = \begin{pmatrix} 16516025 & 0 & 0 \\ 0 & 428.88 & 26938551 \\ 0 & 26938551 & 2256075682 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} 16434059 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & 426.75 & 26938551 \\ 26804.84 & 26804860 & 2256075682 \end{pmatrix}$$

$$[C_{34}] = \begin{pmatrix} -16516025 & 0 & 0 \\ 0 & -428.88 & 26938551 \\ 0 & -26938551 & 1128037841 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} -16434059 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & -426.75 & 26938551 \\ -26804.84 & -26804860 & 1128037841 \end{pmatrix}$$

$$[C_{43}] = \begin{pmatrix} -16516025 & 0 & 0 \\ 0 & -428.88 & -26938551 \\ 0 & 26938551 & 1128037841 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} -16434059 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & -426.75 & -26938551 \\ 26804.84 & 26804860 & 1128037841 \end{pmatrix}$$

$$[C_{44}] = \begin{pmatrix} 16516025 & 0 & 0 \\ 0 & 428.88 & -26938551 \\ 0 & -26938551 & 2256075682 \end{pmatrix} \cdot [R]^T = \begin{pmatrix} 16434059 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & 426.75 & -26938551 \\ -26804.84 & -26804860 & 2256075682 \end{pmatrix}$$

$$\{S_{34}\}_L = \begin{Bmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ 700555.485 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 16434059 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & 426.75 & 26938551 \\ 26804.84 & 26804860 & 2256075682 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.6845 \\ 0 \end{Bmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} -16434059 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & -426.75 & 26938551 \\ -26804.84 & -26804860 & 1128037841 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.8217 \\ -0.0132 \\ 0.0041 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{43}\}_L = \begin{Bmatrix} -334.786 \\ 3345.979 \\ -700555.485 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} -16434059 & 16434.06 & 0 \\ -42.67 & -426.75 & -26938551 \\ 26804.84 & 26804860 & 1128037841 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ -8.6845 \\ 0 \end{Bmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} 16434059 & -16434.06 & 0 \\ 42.67 & 426.75 & -26938551 \\ -26804.84 & -26804860 & 2256075682 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.8217 \\ -0.0132 \\ 0.0041 \end{Bmatrix}$$

En resumen, las solicitaciones de extremo en la barra 3-4 son:

$$\{S_{34}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{34} \\ T_{34} \\ M_{34} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} 7132 \\ 713 \\ -1183936 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{43}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{43} \\ T_{43} \\ M_{43} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} -7801 \\ 5978 \\ -2123201 \end{Bmatrix}$$

- Barra 4-5

$$[C_{44}]_L = \begin{pmatrix} 550200 & 0 & 0 \\ 0 & 3884.83 & 971208 \\ 0 & 971208 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & 971208 \\ 971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{45}]_L = \begin{pmatrix} -550200 & 0 & 0 \\ 0 & -3884.83 & 971208 \\ 0 & -971208 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & 971208 \\ -971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{54}]_L = \begin{pmatrix} -550200 & 0 & 0 \\ 0 & -3884.83 & -971208 \\ 0 & 971208 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & -971208 \\ 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix}$$

$$[C_{55}]_L = \begin{pmatrix} 550200 & 0 & 0 \\ 0 & 3884.83 & -971208 \\ 0 & -971208 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & -971208 \\ -971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix}$$

$$\{S_{45}\}_L = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ 3884.83 & 0 & 971208 \\ 971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.8217 \\ -0.0132 \\ 0.0041 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & 971208 \\ -971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{54}\}_L = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & -971208 \\ 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0.8217 \\ -0.0132 \\ 0.0041 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -550200 & 0 \\ -3884.83 & 0 & -971208 \\ -971208 & 0 & 323736000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

En resumen, las solicitaciones de extremo en la barra 4-5 son:

$$\{S_{45}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{45} \\ T_{45} \\ M_{45} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} 7240 \\ 7168 \\ 223201 \end{Bmatrix}$$

$$\{S_{54}\}_L = \begin{Bmatrix} N_{54} \\ T_{54} \\ M_{54} \end{Bmatrix}_L = \begin{Bmatrix} -7240 \\ -7168 \\ 1460594 \end{Bmatrix}$$

En las figuras 31, 32 y 33 se representan los diagramas de esfuerzos axiales, esfuerzos cortantes y momentos flectores de todas las barras del pórtico.

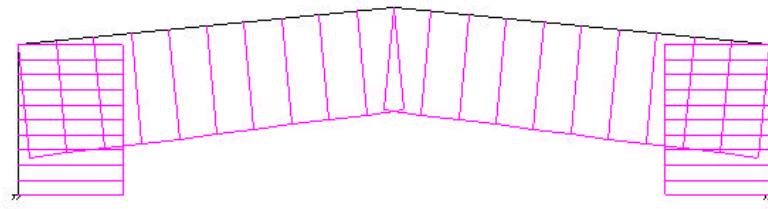


Figura 31. Diagrama de axiles.

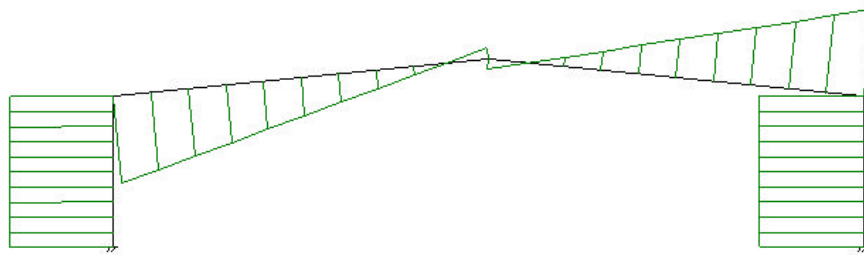


Figura 32. Diagrama de esfuerzos cortantes.

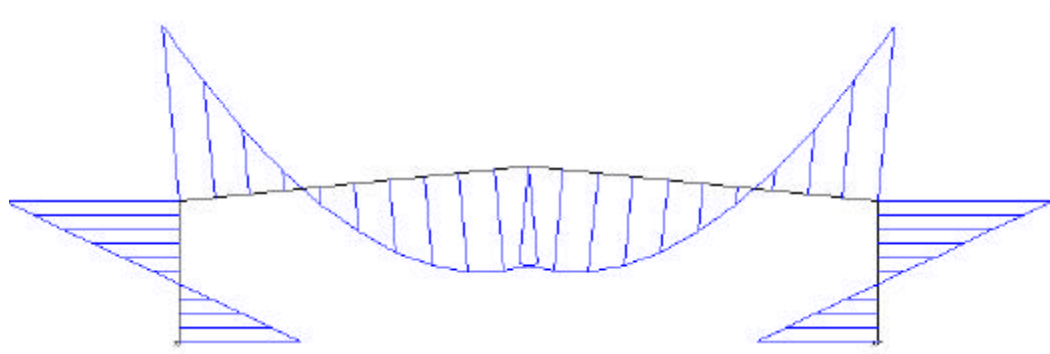


Figura 33. Diagrama de momentos flectores

4.2.4. Reacciones externas.

Para calcular las reacciones externas, recurrimos a la expresión [21], mediante la cual obtenemos el vector de reacciones en función de los desplazamientos de los nudos libres. Así:

$$\{R\}_G = [K_1] \cdot \{d_1\}_G$$

donde $[K_1]$ viene definido por [22]:

$$[K_1] = \begin{pmatrix} [K_{12}]_G & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{54}]_G \end{pmatrix}$$

Numéricamente,

$$[K_1] = \begin{pmatrix} -3884.83 & 0 & -971208 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -550200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 971208 & 0 & 161868000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3885 & 0 & -971208 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -550200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix}$$

Por tanto,

$$\begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ M_1 \\ R_{x5} \\ R_{y5} \\ M_5 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} -3884.83 & 0 & -971208 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -550200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 971208 & 0 & 161868000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3885 & 0 & -971208 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -550200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 971208 & 0 & 161868000 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0.8217 \\ -0.0132 \\ -0.0041 \\ 0 \\ -8.6845 \\ 0 \\ 0.8217 \\ -0.0132 \\ 0.0041 \end{Bmatrix}$$

Operando obtenemos el valor de las reacciones externas:

$$\begin{Bmatrix} R_{x1} \\ R_{y1} \\ M_1 \\ R_{x5} \\ R_{y5} \\ M_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 7167.59 \text{ kg} \\ 7239.94 \text{ kg} \\ -1460594.18 \text{ kg} \cdot \text{cm} \\ -7167.59 \text{ kg} \\ 7239.94 \text{ kg} \\ 1460594.18 \text{ kg} \cdot \text{cm} \end{Bmatrix}$$