

ESTRUCTURA METALICA

Tema 1

COMPROBACION DE FENOMENOS DE INESTABILIDAD DE ELEMENTOS SOMETIDOS A FLEXION

1. GENERALIDADES

Se consideran como piezas trabajando a flexión aquellas barras de la estructura en las que los esfuerzos más importantes son los provocados por el **momento flector**, bien porque sólo reciben cargas transversales, bien porque se prescinda de posibles esfuerzos de tracción o compresión cuando éstos son poco importantes. Se conocen como **vigas** y están situados en posición generalmente horizontal en la estructura. Se encargan de soportar y transmitir a los pilares cargas verticales casi siempre de tipo gravitatorio.

Son **ejemplos** de elementos a flexión las jácenas o vigas principales que soportan los forjados de los edificios, las viguetas de algunos tipos de forjados, las vigas carril de puentes grúa, los propios puentes grúa, las correas de las cubiertas de las naves, el tablero de algunos puentes, etc.

La norma NBE EA-95 estudia en su parte 3.4 los elementos sometidos a flexión, sin considerar en ningún caso la flexocompresión, que se analiza en el capítulo 3º.

TIPOLOGIA ESTRUCTURAL

Los elementos estructurales sometidos a flexión pueden resolverse mediante alguno de los tipos siguientes:

Vigas de alma llena

- Simples (perfiles laminados)
- Múltiples (dos o más perfiles unidos)
- Armadas (formadas por chapas unidas)

Vigas aligeradas

Vigas de celosía

COMPROBACIONES A REALIZAR

Para que una pieza sometida a flexión pueda considerarse correctamente calculada, y por tanto sea utilizable, precisa el cumplimiento simultáneo de varias condiciones, las cuales se refieren a:

Estado tensional: tensiones combinadas inferiores a la tensión admisible.

Estado de deformación: flechas que no alcancen un límite preestablecido.

Estabilidad: comprobación de posibles fenómenos de pandeo lateral, local y abollamiento del alma.

El análisis de la pieza, su dimensionamiento y comprobaciones se resuelven siguiendo las indicaciones contenidas en la mencionada parte 3.4 de la NBE EA-95 sobre piezas de directriz recta sometidas a flexión.

2. CONDICIONES DE AGOTAMIENTO

Según la NBE EA-95 (siguiendo el criterio de Von Misses)

$$\sigma_{co} = \frac{\sigma_E}{\gamma}$$

σ_{co} : Tensión de comparación

σ_E : Límite elástico.

γ : Coeficiente de minoración del acero. 1 para aceros homologados
1.1 para aceros no homologados .

Si el estado de tensión está definido por unos ejes cualesquiera, la condición de agotamiento se convierte en:

$$\sigma_{co} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right]}$$

En un estado simple de **compresión o tracción**, la condición de agotamiento es:

$$\sigma_{co} = \sigma$$

En un estado de **cortadura simple** la condición de agotamiento es:

$$\sigma_{co} = \tau\sqrt{3} \quad \tau = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}} = 0.576 \cdot \sigma_E$$

Si sólo hay **una tensión principal y esfuerzo cortante**, la condición de agotamiento es:

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$$

ACCIONES PONDERADAS

Acción ponderada es el producto de una acción característica por el coeficiente de ponderación que le corresponda, en la combinación de acciones que se esté considerando.

A efectos de aplicación de coeficientes de ponderación las **cargas** se clasifican en dos grupos: **constantes y variables**.

Se consideran como cargas o acciones constantes las que actúan o pueden actuar en todo momento o durante largo periodo de tiempo con valor fijo en posición y magnitud.

Cargas o acciones constantes	La concarga
	Las cargas permanentes
	El peso y empuje del terreno
	Las acciones térmicas por variación de temperatura
	Los asientos de las cimentaciones
Sobrecargas y acciones variables	Las sobrecargas de uso o explotación variables
	Las sobrecargas de explotación que puedan presentarse durante el periodo de montaje y construcción
	Las acciones del viento
	La sobrecarga producida por la nieve
	Las acciones sísmicas

Los coeficientes de ponderación según la hipótesis de carga, la clase de acción y el efecto favorable o desfavorable de la acción sobre la estabilidad o las tensiones se dan en la Tabla 1.

Tabla 1					
COEFICIENTES DE PONDERACION					
Caso de carga	Clase de acción		Coeficientes de ponderación si el efecto de la acción es:		
			Desfavorable	Favorable	
CASO I Acciones constantes y combinación de dos acciones variables independientes	Ia	Acciones constantes	1.33	1.33	1.00
		Sobrecarga	1.33	1.50	0
		Viento	1.50	1.33	0
	Ib	Acciones constantes	1.33		1.00
		Sobrecarga	1.50		0
		Nieve	1.50		0
	Ic	Acciones constantes	1.33		1.00
		Viento	1.5		0
		Nieve	1.5		0
CASO II Acciones constantes y combinación de tres acciones variables independientes	Acciones constantes		1.33	1.00	
	Sobrecarga		1.33	0	
	Viento		1.33	0	
	Nieve		1.33	0	
CASO III Acciones constantes y combinación de cuatro acciones variables independientes, incluso las acciones sísmicas	Acciones constantes		1.00	1.00	
	Sobrecarga		r (1)	0	
	Viento		0.25 (2)	0	
	Nieve		0.50 (3)	0	
	Acciones sísmicas		1.00	0	

Notas a la tabla:

(1) r es el coeficiente reductor de las sobrecargas, que indica:
 Caso 1º: Azoteas, viviendas y hoteles (salvo locales de reunión): $r = 0.50$
 Caso 2º: Oficinas, comercios, calzadas y garajes: $r=0.60$
 Caso 3º: Oficinas, cárceles, edificios docentes, iglesias, edificios de reunión y espectáculos y salas de reuniones de hoteles: $r=0.80$

(2) Sólo se considerará en construcciones en situación topográfica expuesta o muy expuesta (NBE-AE 88)

(3) En caso de lugares en los que la nieve permanezca acumulada habitualmente más de treinta días; en el caso contrario el coeficiente será cero.

3. COMPROBACION DEL ALA COMPRIMIDA A PANDEO LOCAL

Se pueden producir fenómenos de inestabilidad local en vigas debidos al poco espesor de las secciones. Estos fenómenos son:

- Pandeo local del ala comprimida.
- Abolladura del alma.

La Norma marca límites entre las dimensiones de la sección debiendo, si se está fuera de esos límites, realizar un estudio más detallado de ambos fenómenos.

SECCIONES LAMINADAS

No son necesarias las comprobaciones de pandeo local del ala ni de abolladura del alma, porque todos los perfiles cumplen las condiciones que prescribe la NBE EA-95.

VIGAS ARMADAS

La Norma da recomendaciones referentes al pandeo local del ala para distintos tipos de secciones que deberán ser consideradas en la elección de la anchura del ala comprimida de una viga armada.

El canto económico se obtiene por la expresión $h_a \cong 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{M^*}{\sigma_E}}$

No necesitan ser comprobadas a pandeo local las platabandas que constituyen el ala comprimida, cuya dimensión b satisfaga las siguientes condiciones referidas a la figura 1.

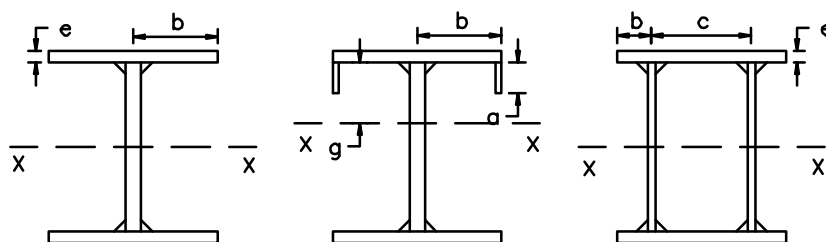


Figura 1: Condiciones de espesor en vigas armadas.

Ala con un borde libre

$$\frac{b}{e} \leq 15 \cdot \sqrt{\frac{2400}{\sigma_u}}$$

Ala con un borde rigidizado

$$\frac{b}{e} \leq \left(15 + 30 \sqrt{\frac{a}{g}} \right) \cdot \sqrt{\frac{2400}{\sigma_u}}$$

g: altura de la parte comprimida del alma.

a: altura del rigidizador.

Ala entre dos almas

$$\frac{c}{e} \leq 45 \cdot \sqrt{\frac{2400}{\sigma_u}}$$

$$\sigma_{co} = \frac{\sigma_E}{\gamma} = \sigma_u: \text{ Resistencia de cálculo del acero expresada en kp/cm}^2.$$

Pueden disponerse platabandas que no satisfagan estas condiciones siempre que se efectúe su comprobación a pandeo local, estudiando la rigidez del ala.

ESTUDIO DE LA RIGIDEZ DEL ALA

El pandeo del ala comprimida, cuando ésta se une al alma por medio de **cordones de soldadura discontinuos**, puede producirse en la zona del ala comprendida entre dos tramos sucesivos de los cordones, por lo que es necesario calcular al pandeo dicha ala con relación al eje X-X, considerando la longitud de pandeo la distancia d .

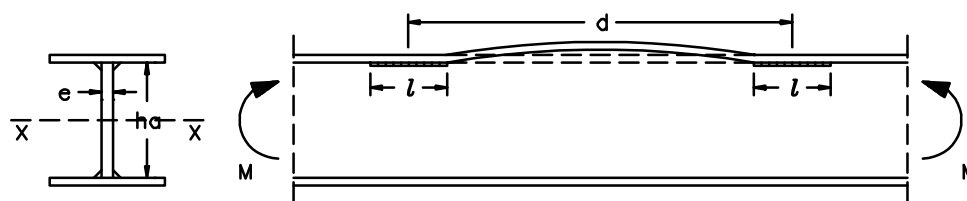


Figura 2: Pandeo del ala en el plano vertical.

En caso necesario se reducirá d , siendo siempre $l \geq 40 \text{ mm}$.

El pandeo del ala comprendida entre puntos inmovilizados firmemente (entre dos rigidizadores, por ejemplo), se evitará, en caso necesario, colocando nervios triangulares cuya altura sea el doble de su anchura (figura 3).

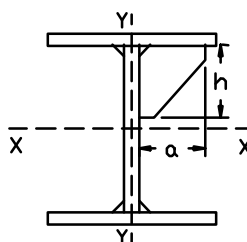


Figura 3: Rigidizador de ala.

4. COMPROBACION DE LA ESTABILIDAD EN EL PLANO HORIZONTAL (PANDEO LATERAL)

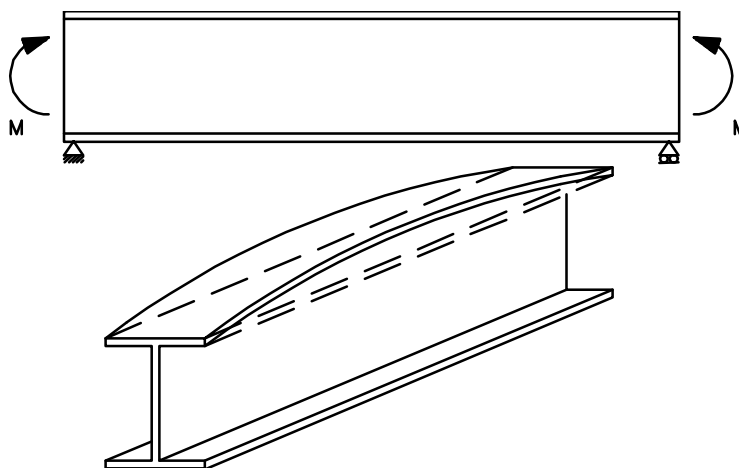


Figura 4: Inestabilidad por vuelco lateral.

El ala comprimida de una viga flectada puede sufrir pandeo en el plano horizontal bajo determinadas condiciones. Cuando ello ocurre, al estar el cordón comprimido unido al alma traccionada y tratar de salirse del plano, se produce el vuelco de la viga. Se trata de un problema de inestabilidad que es necesario estudiar, siendo determinantes las características del proyecto.

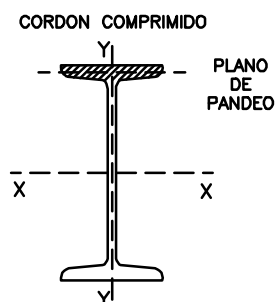


Figura 5: Cordón comprimido en vigas.

El cordón comprimido de la viga está constituido por:

- Las platabandas y las alas horizontales de los angulares, en las vigas armadas roblonadas.
- Las platabandas en las vigas armadas soldadas.
- El ala, más las eventuales platabandas de refuerzo, en las vigas laminadas.

Existen tres posibles condiciones de trabajo que normalmente vienen prefijadas por las características del proyecto

- **Arriostramiento continuo**

No es necesaria la comprobación de seguridad al pandeo lateral cuando la viga soporte o esté unida a un forjado o cubierta de rigidez suficiente para que, si los elementos de anclaje son los adecuados, pueda considerarse que se realiza un arriostramiento continuo del cordón comprimido.

- **Arriostramiento del cordón comprimido en puntos intermedios**

Tampoco es necesaria la comprobación cuando el cordón comprimido de la viga esté firmemente inmovilizado en sentido transversal en puntos aislados, cuya distancia sea:

$$l_i \leq 40 \cdot i_{ycc}$$

donde:

l_i distancia entre puntos inmovilizados.
 i_{ycc} radio de giro del cordón comprimido respecto al eje perpendicular al plano de pandeo.

Si no se cumple la anterior condición, se realizará la comprobación que se cita en el siguiente punto.

- **Sin arriostramiento en puntos intermedios**

Será necesario verificar la estabilidad mediante la comparación, en el tramo o tramos de la pieza que se trate, del momento flector ponderado con el momento crítico de pandeo, debiéndose cumplir:

$$M^* \leq M_{cr}$$

Para vigas de sección simétrica con relación a un eje horizontal que pase por el baricentro, como son I, H, U y también las secciones con centro de simetría, para cualquier tipo de sollicitación y posición de cargas puede adoptarse el siguiente valor del momento crítico:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{E \cdot G \cdot I_y \cdot I_T}$$

donde:

l longitud teórica de pandeo lateral.

E módulo de elasticidad del acero ($2.1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$).

G módulo de rigidez del acero ($0.81 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$).

I_T módulo de torsión de la sección total de la viga.

I_y momento de inercia de la sección total de la viga respecto al eje contenido en el plano de la flexión.

El módulo de torsión puede obtenerse a partir de las expresiones de la Tabla 3.8 de la NBE EA-95.

Para otros tipos de secciones debe de realizarse un estudio más detallado como se indica en el Anejo 4 de la citada Norma y/o consultar la bibliografía recomendada.

En el caso de que la tensión crítica ideal sea mayor que el límite de proporcionalidad del acero (dominio anelástico):

$$\sigma_{cr,i} = \frac{M_{cr}}{W_x} > \sigma_p \approx 0.8 \cdot \sigma_u$$

se debe verificar:

$$M^* \leq M_{cr,r}$$

siendo el valor del momento crítico real:

$$M_{cr,r} = K_r \cdot M$$

El coeficiente K_r se puede obtener, en función del tipo de acero y de la tensión crítica ideal, en la Tabla 2.

Tabla 2 PANDEO LATERAL ANELASTICO							
Tensión de comparación ideal $\sigma_{cr,i}$ kg/cm ²	Coeficiente K_T para acero tipo			Tensión de comparación ideal $\sigma_{cr,i}$ kg/cm ²	Coeficiente K_T para acero tipo		
	A 37	A 42	A 52		A 37	A 42	A 52
1920	1.000			3600	0.616	0.662	0.872
2000	0.990			3800	0.587	0.631	0.835
2080	0.966	1.000		4000	0.560	0.602	0.800
2100	0.960	0.999		4200	0.535	0.576	0.768
2200	0.930	0.980		4400	0.512	0.552	0.738
2300	0.900	0.953		4600	0.492	0.530	0.710
2400	0.872	0.926		4800	0.473	0.509	0.684
2500	0.844	0.898		5000	0.455	0.490	0.660
2600	0.817	0.872		5500	0.416	0.448	0.606
2700	0.792	0.846		6000	0.383	0.413	0.560
2800	0.768	0.821		6500	0.355	0.383	0.518
2880	0.750	0.802	1.000	7000	0.330	0.357	0.485
2900	0.745	0.798	0.999	8000	0.290	0.314	0.428
3000	0.724	0.775	0.987	10000	0.234	0.253	0.346
3200	0.684	0.734	0.950	20000	0.119	0.128	0.177
3400	0.649	0.696	0.910	99999	0.024	0.026	0.036

5. COMPROBACION DEL ABOLLAMIENTO DEL ALMA

La abolladura del alma puede producirse principalmente por dos razones:

- Existencia de cargas concentradas.
- Alma demasiado delgada para el esfuerzo cortante existente.

La condición de comprobación de resistencia al esfuerzo cortante puede ser insuficiente en el caso de que se presente inestabilidad elástica en el alma de la viga. Es más, la citada condición suele ser menos exigente que la condición de abollamiento del alma.

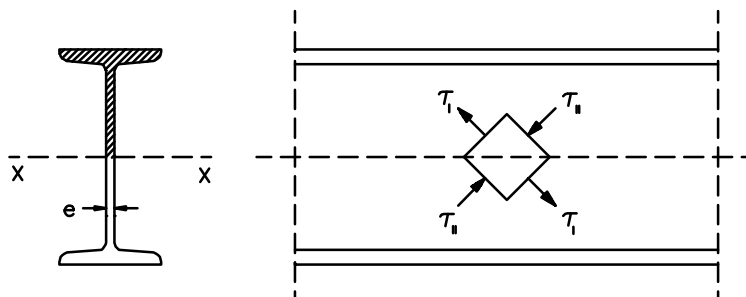


Figura 6: Tensiones que actúan sobre el alma.

En la figura 6 se ha representado un elemento diferencial del alma sobre el que actúan las presiones principales de tracción τ_{\perp} y de compresión τ_{\parallel} , de igual valor absoluto, y cuyo valor está dado por la expresión:

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{e \cdot I}$$

siendo:

- Q fuerza cortante en la sección.
- S momento estático de la sección rayada respecto a la línea neutra.
- I momento de inercia de la sección.
- e espesor del alma.

En los perfiles laminados, las alas prácticamente no sufren casi esfuerzo cortante, ya que, además de ser S muy pequeña, la anchura b es muy grande.

En el caso de perfiles con dos alas, cuando el ala más pequeña representa al menos el 15% de la sección total del perfil, se puede admitir que:

$$\tau = \frac{Q}{A}$$

siendo A el área del alma del perfil.

Esta condición se satisface en los perfiles normales en I o en [, así como en las vigas de palastros y en las vigas cajón.

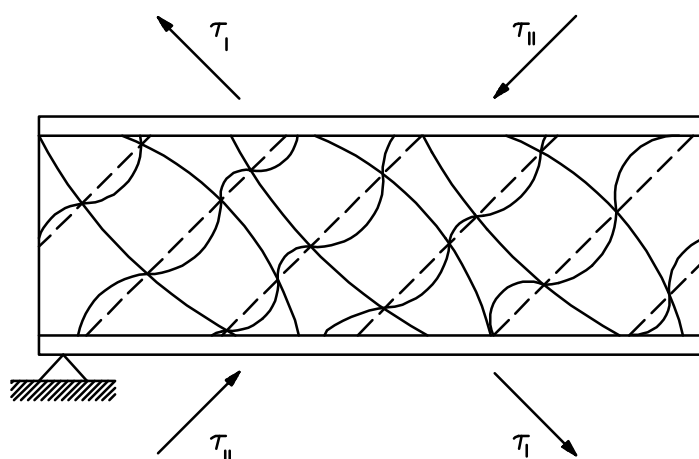


Figura 7: Modelización de la abolladura del alma en una viga de palastros.

La componente τ_{\perp} provoca tracciones en el alma cuyo valor no suele poner en peligro la seguridad de la misma.

La componente de compresión τ_{II} , al actuar sobre un alma delgada, como la de una viga formada por palastros, puede provocar el abollamiento de la misma, dándole una apariencia como la indicada en la figura 7.

Si el valor de τ_{II} alcanza el valor crítico, en el alma se iniciarán unas ondas de abolladura estabilizadas en dirección perpendicular por las componentes de tracción τ .

Para evitar este efecto, podemos adoptar dos soluciones:

- La primera consiste en aumentar el espesor del alma, lo cual no resulta siempre lo más económico.
- La segunda consiste en proporcionar rigidizadores al alma de la viga, de forma que por efecto de los mismos podamos asimilar la viga de alma llena a una viga Pratt en celosía en la que los cordones superior e inferior son las alas de la viga de alma llena, los montantes son los rigidizadores y, finalmente, las diagonales de la viga Pratt se asimilan a las ondas extendidas del alma.

6. DISEÑO DE LOS RIGIDIZADORES DEL ALMA

Recomendaciones de la Norma NBE EA-95 para la comprobación de la abolladura del alma en vigas del alma llena:

a). **En vigas de alma llena con cargas concentradas.**

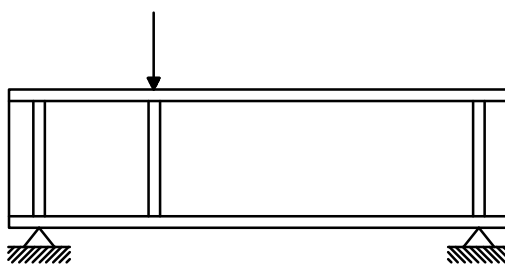


Figura 8: Colocación de los rigidizadores.

Son particularmente peligrosas las zonas del alma bajo la acción de cargas concentradas debido a la concentración de tensiones, por lo que se estudiará la colocación de **rigidizadores transversales** en las **secciones de apoyo y en todas aquéllas en que actúan cargas puntuales**.

Para ello se considerará una sección formada por una zona eficaz del alma igual a veinte veces el espesor de la misma y se comprobará a compresión con $\beta = 1$. Caso de no verificar se añadirá a la sección anterior el área de los rigidizadores que se dispongan. Los rigidizadores suelen ser chapas de un espesor similar al del alma, angulares, perfiles UPN, etc.

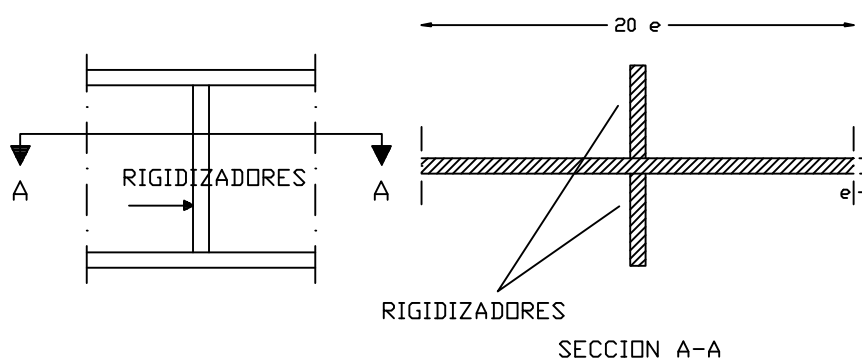


Figura 9: Dimensionamiento de los rigidizadores.

b). **En vigas sometidas a flexión** simple o compuesta no será preciso comprobar el alma a abolladura ni colocar más rigidizadores intermedios que los indicados en el caso anterior si se cumple que la relación e/h_a no sea menor de:

0.013 para acero A-37

0.014 para acero A-42

0.016 para acero A-52

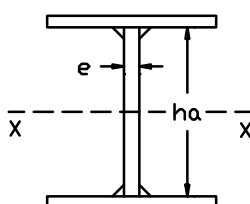


Figura 10: Espesores mínimos en vigas armadas.

No es recomendable que el valor de la relación e/h_a sea menor de 0.006 para cualquier tipo de acero.

c). Para estudiar el abollamiento del alma se considerarán independientes los distintos rectángulos comprendidos entre las dos alas de la pieza y dos rigidizadores transversales ultrarrígidos.

Se califica de **ultrarrígido** a un rigidizador cuando puede considerarse que permanece rectilíneo durante el proceso de abolladura del alma, para lo cual el momento de inercia respecto al plano de simetría del alma deberá cumplir la condición:

$$I_R \geq 1.5 \cdot \left(\frac{h_a}{50} \right)^4$$

La tensión crítica ideal de abolladura de uno de estos rectángulos sometidos a tensiones normales en dos de sus bordes opuestos es:

$$\sigma_{cr,i} = K \cdot \sigma_E$$

Cuando sobre los bordes del rectángulo actúan únicamente tensiones tangenciales, la tensión crítica ideal de abolladura es:

$$\tau_{cr,i} = K \cdot \sigma_E$$

donde

$$\sigma_E = 189.8 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{e}{h_a} \right)^2 \text{ kg/cm}^2$$

K: Coeficiente de abolladura que se obtiene de la Tabla 4 en función del tipo de cargas sobre los bordes del rectángulo y de la relación: $\alpha = \frac{d}{h_a}$

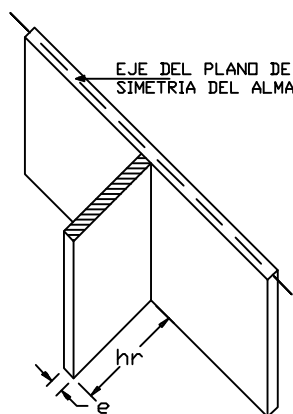


Figura 11: Comprobación de rigidizador ultrarrígido.

Cuando sobre un rectángulo actúen simultáneamente tensiones normales cuyo valor máximo en compresión es σ_1^* y tensiones tangenciales de valor τ^* , se calculará una tensión de comparación ideal de abolladura $\sigma_{co,i}$ cuyo valor viene dado por:

$$\sigma_{co,i} = \frac{\sqrt{\sigma_1^{*2} + 3 \cdot \tau^{*2}}}{\frac{1 + \psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1^*}{\sigma_i} + \sqrt{\left(\frac{3 - \psi}{4} \cdot \frac{\sigma_1^*}{\sigma_i} \right)^2 + \left(\frac{\tau^*}{\tau_i} \right)^2}}$$

donde

$$\frac{\sigma_1^*}{\sigma^*} = \frac{h_a}{h_a + 2 \cdot e_1}$$

siendo $\sigma = \sigma_{cr,i}$, $\tau = \tau_{cr,i}$, σ_1^* el valor máximo de la tensión de compresión y $\tau^* \cong \frac{V^*}{e \cdot h_a}$.

En todos los rectángulos en los que se haya dividido el alma deberá cumplirse:

$$\sigma_{co,i} \geq \sqrt{\sigma_1^{*2} + 3 \cdot \tau^{*2}}$$

Las fórmulas anteriores sólo son válidas en el dominio elástico, es decir, cuando:

$$\sigma_{co,i} \leq 0.8 \cdot \sigma_u$$

Si no se cumple, se obtendrá la tensión de comparación real de abolladura $\sigma_{co,r}$ mediante la fórmula:

$$\sigma_{co,r} = \sqrt{K_r} \cdot \sigma_{co,i}$$

siendo K_r el indicado en la Tabla 2. También se puede obtener $\sigma_{co,r}$ directamente con la Tabla 3.

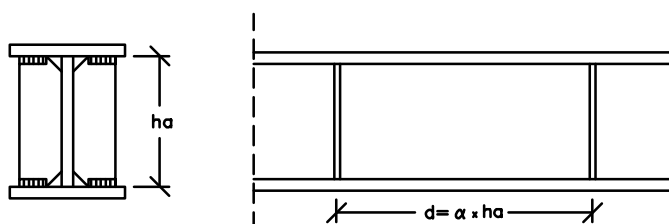


Figura 12: Disposición de los rigidizadores transversales.

Tabla 3 ABOLLAMIENTO DE ALMA ANELASTICO							
Tensión de comparación ideal $\sigma_{co,i}$ kg/cm ²	Tensión de comparación real σ_{cor} en kg/cm ² para acero			Tensión de comparación ideal $\sigma_{co,i}$ kg/cm ²	Tensión de comparación real σ_{cor} en kg/cm ² para acero		
	A 37	A 42	A 52		A 37	A 42	A 52
1920	1920	1920	1920	3600	2290	2459	3207
2000	1983	2000	2000	3800	2302	2474	3252
2080	2027	2080	2080	4000	2312	2487	3289
2100	2037	2098	2100	4200	2320	2498	3320
2200	2078	2168	2200	4400	2327	2507	3347
2300	2111	2217	2300	4600	2334	2515	3370
2400	2138	2256	2400	4800	2339	2522	3389
2500	2161	2289	2500	5000	2344	2528	3406
2600	2181	2316	2600	5500	2354	2528	3406
2700	2199	2339	2700	6000	2361	2550	3467
2800	2214	2359	2800	6500	2367	2558	3487
2880	2225	2374	2880	7000	2372	2563	3503
2900	2227	2377	2898	8000	2378	2572	3526
3000	2239	2393	2974	10000	2386	2582	3553
3200	2260	2420	3077	20000	2397	2595	3588
3400	2277	2441	3150	99999	2400	2600	3600

Tabla 4
Valores del coeficiente K de abolladura

	Solicitación	Tensión de abollamiento	Dominio de validez	Coeficiente de abollamiento
1	Tensiones de compresión con ley de repartición lineal $0 \leq \psi \leq 1$		$\alpha \geq 1$ $\alpha < 1$	$K = \frac{10.5}{\psi + 1.1}$ $K = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right)^2 \cdot \frac{2.53}{\psi + 1.1}$
2	Tensiones de compresión y tracción con ley de repartición lineal y predominante de la compresión $-1 < \psi < 0$		$\alpha_{cr} = K \cdot \sigma_E$	$K = (1 + \psi) \cdot K' - \psi \cdot K'' + 15 \cdot \psi \cdot (1 + \psi),$ siendo K' el coeficiente para $\psi = 0$ (línea 2) y K'' el coeficiente para $\psi = -1$ (línea 4)
3	Tensión de compresión y tracción con ley de repartición lineal o iguales valores de borde $\psi = -1$		$\alpha_{cr} = K \cdot \sigma_E$	$K = 29.9$
4	o con predominio de la tracción $\psi < -1$		$\alpha_{cr} = K \cdot \sigma_E$	$K = 19.82 + \frac{2.34}{\alpha^2} + 10.75 \cdot \alpha^2$
5	Tensiones tangenciales repartidas uniformemente		$\tau_{cr} = K \cdot \sigma_E$	$K = 6.66 + \frac{5.00}{\alpha^2}$ $K = 5.55 + \frac{6.66}{\alpha^2}$