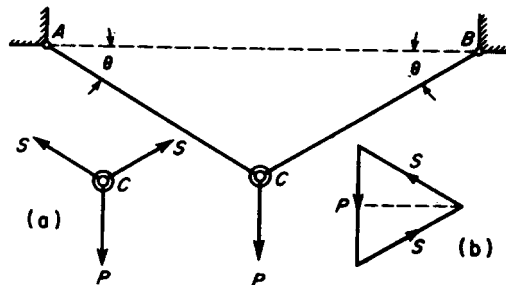


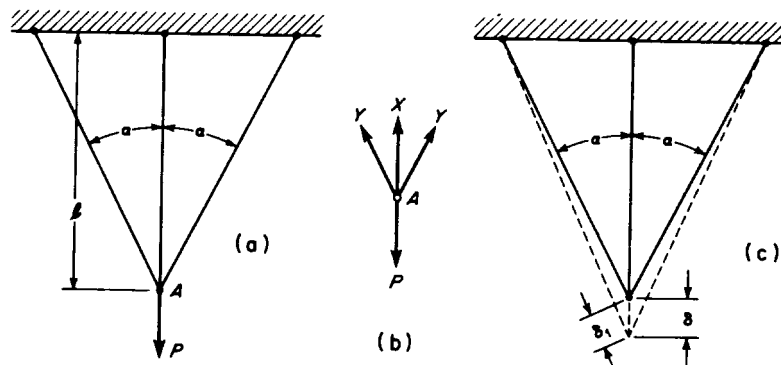
Tema 2: BASES PARA EL ESTUDIO DE LA FLEXION

- Estructuras isostáticas e hiperestáticas.
- Consideraciones preliminares: Tipos de vigas y de cargas.
- Esfuerzo cortante y momento flector.
- Relación entre esfuerzo cortante y momento flector.

ESTRUCTURAS ISOSTATICAS E HIPERESTATICAS



Estructura isostática o estáticamente determinada.



Estructura hiperestática o estáticamente indeterminada.

$$P = X + 2 \cdot Y \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

Teniendo en cuenta que las barras son realmente elásticas y se alargan bajo el esfuerzo de tracción, se tiene:

$$\delta_1 = \delta \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Por la ley de Hooke:

$$\delta = \frac{X \cdot l}{A \cdot E}$$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l_1}{A \cdot E}$$

como $l_1 = \frac{l}{\cos \alpha}$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l}{A \cdot E \cdot \cos \alpha}$$

Introduciendo en (2) los valores de δ y δ_1

$$\frac{Y \cdot l}{A \cdot E \cdot \cos \alpha} = \frac{X \cdot l}{A \cdot E} \cdot \cos \alpha$$

Simplificando:

$$\frac{Y}{\cos \alpha} = X \cdot \cos \alpha$$

Por tanto,

$$Y = X \cdot \cos^2 \alpha \quad (3)$$

De las expresiones (1) y (3) se tiene:

$$P = X + 2 \cdot X \cdot \cos^3 \alpha$$

$$P = X \cdot (1 + 2 \cdot \cos^3 \alpha)$$

$$X = \frac{P}{1 + 2 \cdot \cos^3 \alpha}$$

De (3) obtenemos el valor de Y:

$$Y = \frac{P \cdot \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cdot \cos^3 \alpha}$$

Los alargamientos de las barras vertical e inclinadas son:

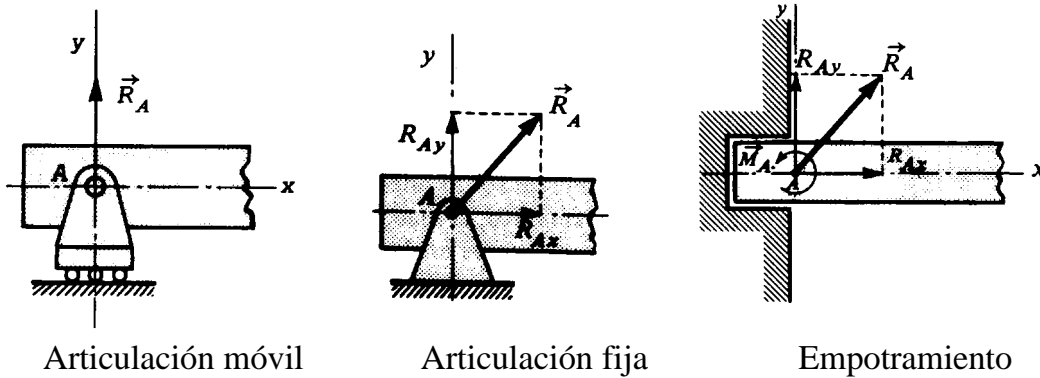
$$\delta = \frac{X \cdot l}{A \cdot E} = \frac{P \cdot l}{A \cdot E} \cdot \left(\frac{1}{1 + 2 \cdot \cos^3 \alpha} \right)$$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l_1}{A \cdot E} = \frac{P \cdot l}{A \cdot E} \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{1 + 2 \cdot \cos^3 \alpha} \right)$$

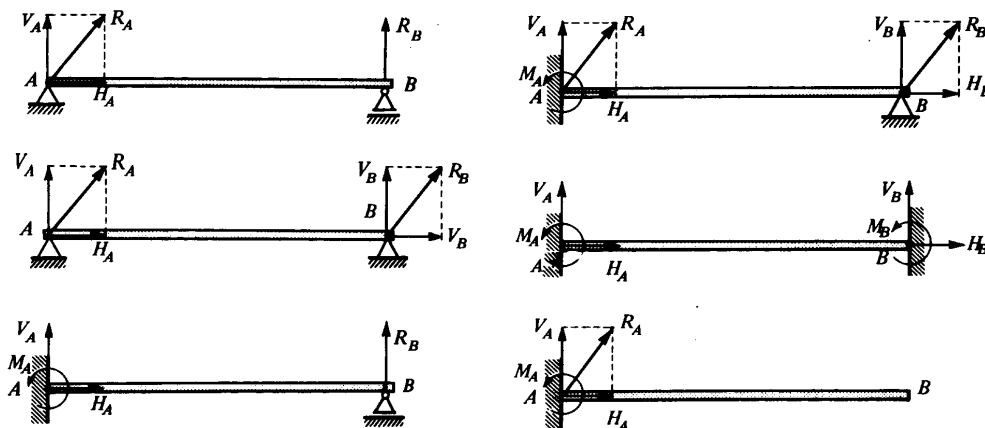
CONSIDERACIONES PRELIMINARES: TIPOS DE VIGAS Y DE CARGAS.

VIGA: Pieza o barra estructural que sea *razonablemente larga* con respecto a sus dimensiones laterales cuando está *convenientemente soportada* y sometida a *fuerzas transversales* aplicadas de modo que *provocan la flexión* de la pieza en un *plano axial*.

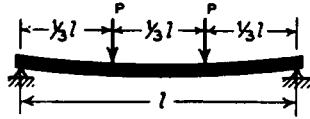
APOYOS



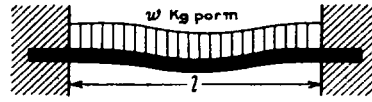
ANALISIS DE APOYOS Y VIGAS



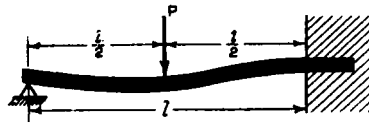
ALGUNOS TIPOS DE VIGAS Y DE CARGAS



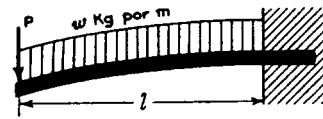
Viga simple o apoyada



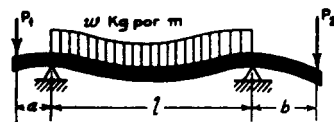
Viga empotrada en sus extremos



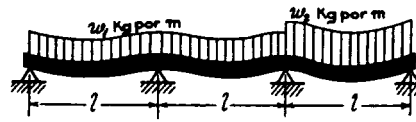
Viga empotrada en un extremo
y apoyada en el otro



Viga en voladizo o en ménsula

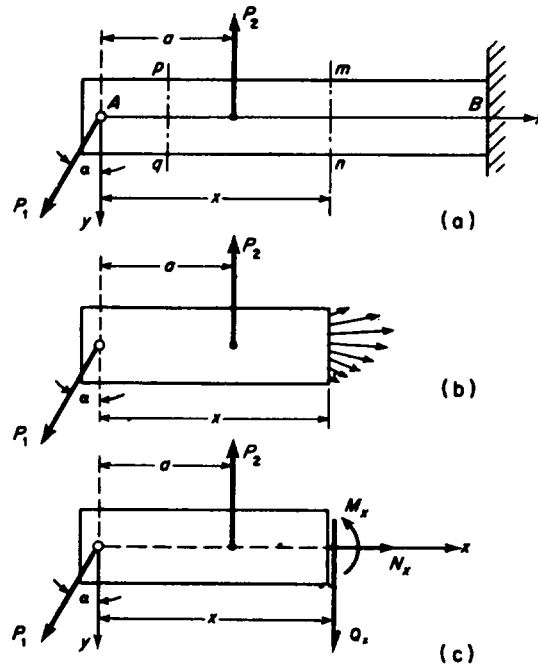


Viga de extremos en voladizo



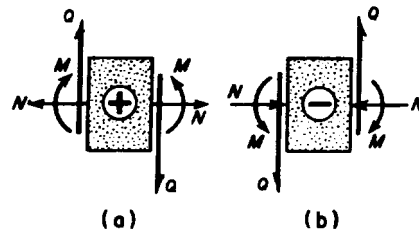
Viga continua

ESFUERZO NORMAL, CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR



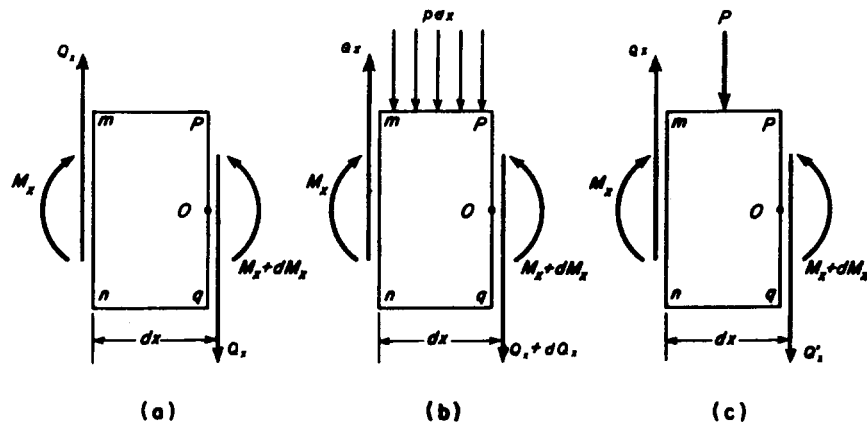
La resultante de tensiones en la sección mn se sustituye por:

- N_x : Esfuerzo normal
- Q_x : Esfuerzo cortante
- M_x : Momento flector



Convenio de signos para N_x , Q_x y M_x .

RELACION ESFUERZO CORTANTE - MOMENTO FLECTOR



$$(a). \quad \sum M_O = 0 \quad -M_x + (M_x + dM_x) - Q_x \cdot dx = 0$$

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

$$(b). \quad \sum M_O = 0 \quad -M_x + (M_x + dM_x) - Q_x \cdot dx + p \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0$$

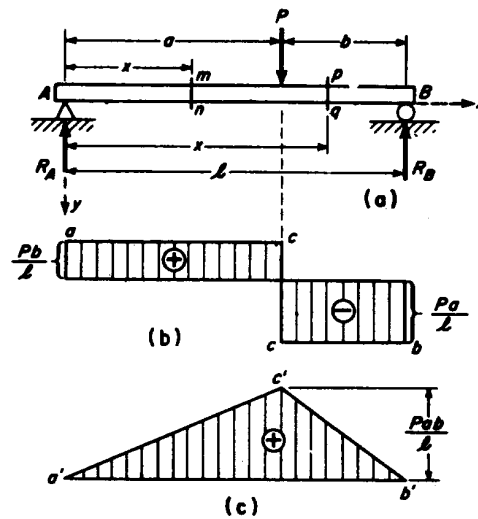
$$dM_x - Q_x \cdot dx = 0 \quad Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

$$\sum F_y = 0 \quad Q_x - (Q_x + dQ_x) - p \cdot dx = 0$$

$$\frac{dQ_x}{dx} = -p$$

$$(c). \quad \sum F_y = 0 \quad Q_x' = Q_x - P$$

$$\sum M_O = 0 \quad \frac{dM_x}{dx} = Q_x - \frac{P}{2}$$



1.- Cálculo de las reacciones

$$\sum M_B = 0 \quad R_A \cdot l - P \cdot b = 0 \quad R_A = \frac{P \cdot b}{l}$$

$$\sum F_y = 0 \quad P = R_A + R_B \quad R_B = P - R_A = \frac{P \cdot a}{l}$$

2. Estudio del esfuerzo cortante y momento flector

- Sección mn (Para $0 < x < a$)

$$\sum F_y = 0 \quad Q_x = R_A = \frac{P \cdot b}{l}$$

$$\sum M = 0 \quad R_A \cdot x - M = 0 \quad M = R_A \cdot x = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x$$

- Sección pq (Para $a < x < l$)

$$\sum F_y = 0 \quad R_A - P - Q_x = 0$$

$$Q_x = R_A - P = \frac{P \cdot b}{l} - P = P \cdot \left(\frac{b}{l} - 1 \right) = \frac{P}{l} \cdot (b - l) = -\frac{P \cdot a}{l} = -R_B$$

$$\sum M = 0 \quad R_A \cdot x - M - P \cdot (x - a) = 0$$

$$M = R_A \cdot x - P \cdot (x - a) = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x - P \cdot (x - a)$$