Tema 2. Hidrostática

Ya vimos en el tema 1 que la Hidrostática es la parte de la Hidráulica que estudia el equilibrio de los líquidos en estado de reposo. En estas circunstancias, al ser nulo el gradiente de velocidad, no existen esfuerzos cortantes (tangenciales), por lo que no existe viscosidad, comportándose el líquido como perfecto. Por tanto, pueden obtenerse sus leyes de forma analítica, no siendo necesario recurrir a la experimentación para corregir las ecuaciones con coeficientes que ajusten la teoría a la realidad

1. Propiedades de la Presión Hidrostática.

La presión es la fuerza que se ejerce por unidad de superficie. Por lo tanto, vendrá definida por su módulo o intensidad y por su dirección, siendo evidente el sentido en que actúa (hacia el cuerpo considerado). A continuación vamos a estudiar las dos propiedades que la definen.

1. *Relativa a su dirección*: En una masa líquida en equilibrio, la presión hidrostática en cualquiera de sus puntos debe ser normal (perpendicular) al elemento plano sobre el que actúa. Si no fuera así, existiría una componente tangencial que rompería el equilibrio.

$$P = \frac{F}{S}$$

siendo: F: Fuerza uniformemente repartida, o bien, fuerza media que actúa sobre *s*
S: Superficie

Si *s* se hace infinitamente pequeña, entonces se define la presión:

$$P = \lim_{ds \to 0} \frac{dF}{dS}$$

2. *Relativa a su intensidad*: En un punto de una masa líquida existe la misma presión hidrostática en todas las direcciones, es decir, la presión es independiente de la inclinación de la superficie sobre la que actúa.

Consideremos un volumen elemental de líquido en reposo en forma de tetraedro OABC, según muestra la figura 2.1.

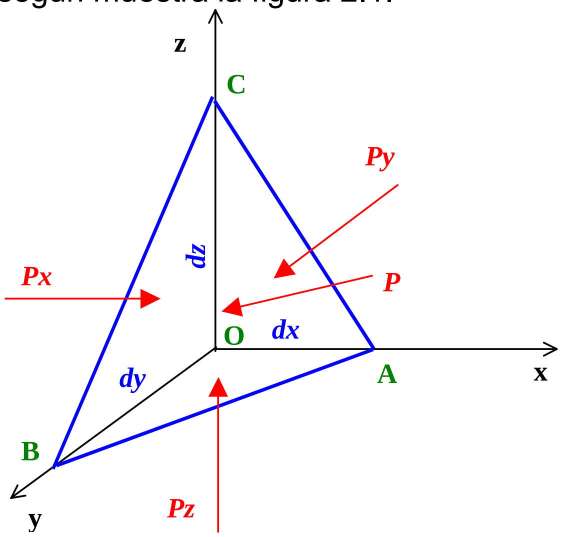

Figura 2.1.

Las fuerzas que actúan son:

- ***Fuerzas másicas***, es decir, las fuerzas exteriores que actúan sobre la masa del elemento líquido. Se deben a la gravedad, dependen del peso del elemento considerado, y por tanto son proporcionales al producto de las tres dimensiones $(dx \cdot dy \cdot dz)$, es decir, al volumen.
- El ***empuje*** sobre cada una de las caras del tetraedro, debido a las presiones ejercidas por el resto del líquido.

Como P=F·S, la fuerza total que actúa sobre cada cara será (Fig. 2.1.):

$$\begin{aligned} &\text{Cara ABC} \quad \rightarrow \quad P \cdot S_{ABC} \\ &\text{Cara BOC} \quad \rightarrow \quad P_X \cdot S_{BOC} \\ &\text{Cara AOC} \quad \rightarrow \quad P_Y \cdot S_{AOC} \\ &\text{Cara AOB} \quad \rightarrow \quad P_Z \cdot S_{AOB} \end{aligned}$$

Estableciendo la ecuación de equilibrio de las fuerzas de presión intervinientes y proyectándolas sobre el eje OX se obtiene:

$$P \cdot \underbrace{S_{ABC} \cdot \cos(p,x)}_{S_{BOC}} = p_X \cdot S_{BOC} \qquad \text{Luego} \quad P = P_x$$

$$S_{BOC} = S_{ABC} \cdot \cos(P,x) \quad \text{por tratarse de superficies infinitesimales}$$

Análogamente, proyectando sobre los ejes OY y OZ, se obtiene:

$$P \cdot \underbrace{S_{ABC} \cdot \cos(p,y)}_{S_{AOC}} = P_Y \cdot P_{AOC} \quad \rightarrow \quad P = P_Y$$

$$P \cdot \underbrace{S_{ABC} \cdot \cos(P,z)}_{S_{AOB}} = P_Z \cdot S_{AOB} \quad \rightarrow \quad P = P_Z$$

Con lo que se demuestra que, *con independencia de la inclinación del elemento de superficie, las presiones unitarias son iguales*.

$$P = P_x = P_y = P_z$$

2. Ecuación fundamental de la Hidrostática.

Es la ecuación de equilibrio de una masa líquida.

Consideremos dentro de un líquido en reposo un elemento de volumen infinitesimal en forma de paralelepípedo rectangular, de aristas paralelas a los ejes coordenados, como muestra la figura 2.2.

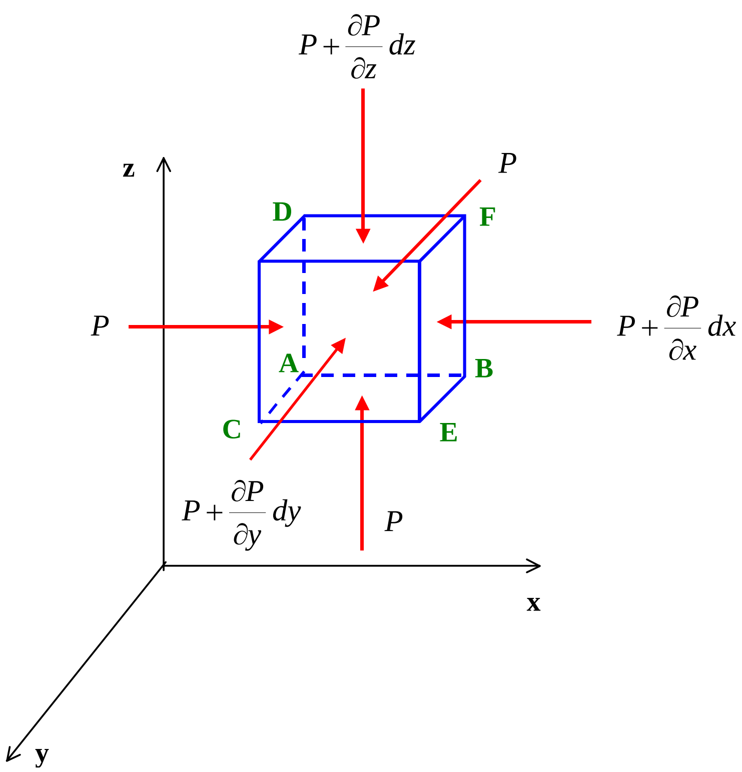

Figura 2.2.

El paralelepípedo está sometido a las fuerzas exteriores o másicas, aplicada la resultante en su centro de gravedad (cdg), es decir, *el peso propio*, y a las presiones sobre sus caras exteriores o *empuje* ejercidas por el líquido circundante. Obsérvese que las presiones sobre las caras que forman el triedro que pasa por A son iguales (*P*), según se demostró en el apartado anterior.

Las condiciones de equilibrio del paralelepípedo se plantean igualando a cero la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él, proyectándolas sobre cada uno de los ejes. (x, y, z) serían las componentes de la resultante de las fuerzas exteriores según los tres ejes.

Proyecciones sobre OX:

Componentes de las fuerzas exteriores $\rightarrow \rho \cdot \underbrace{dx \cdot dy \cdot dz}_{\text{volumen}} \cdot x$

Presión total sobre la cara ACD $\rightarrow P \cdot \overbrace{dy \cdot dz}^{s}$

Presión total sobre la cara BEF $\rightarrow \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot dz$

Las presiones que actúan sobre las demás caras dan proyecciones nulas sobre el eje OX.

$\sum$ Proyecciones sobre OX = 0

$$\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot x + P \cdot dy \cdot dz - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot dz = 0$$

$$\left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot x + P \cdot dy \cdot dz$$

$$P \cdot dy \cdot dz + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot x + P \cdot dy \cdot dz$$

Simplificando se obtiene:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \cdot x \qquad \textbf{[1]}$$

Operando de igual modo sobre los ejes OY y OZ, las condiciones de equilibrio serían, respectivamente:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho \cdot y \qquad \textbf{[2]}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \cdot z \qquad \textbf{[3]}$$

Multiplicando las ecuaciones [1], [2] y [3] por *dx*, *dy* y *dz*, respectivamente, y sumándolas, se obtiene:

$$\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial P}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial P}{\partial z} \cdot dz = \rho \cdot (x \cdot dx + y \cdot dy + z \cdot dz)$$

El primer miembro es una ecuación diferencial total, con lo que se puede poner de la forma:

$$dP = \rho \cdot (x \cdot dx + y \cdot dy + z \cdot dz)$$

Esta ecuación se conoce como Ecuación de equilibrio de una masa líquida o *Ecuación Fundamental de la Hidrostática*.

Las *superficies de nivel* son aquellas que tienen la misma presión en todos sus puntos, por lo que al ser P = cte, dP = 0, quedando la ecuación fundamental de la forma:

$$(x \cdot dx + y \cdot dy + z \cdot dz) = 0$$

Que es la *ecuación diferencial de las superficies de nivel o equipotenciales*.

3. Presión Hidrostática en los líquidos. Ecuación de equilibrio de los líquidos en reposo. Cota piezométrica.

En un líquido en reposo, la única fuerza exterior que actúa es la de la gravedad. Si tomamos los ejes OX y OY paralelos a la superficie libre del líquido y OZ vertical y dirigido hacia arriba, como muestra la figura 2.3., las componentes de aquella fuerza para cualquier líquido incompresible de densidad ρ serán:

$x = 0 \quad y = 0 \quad z = -g$

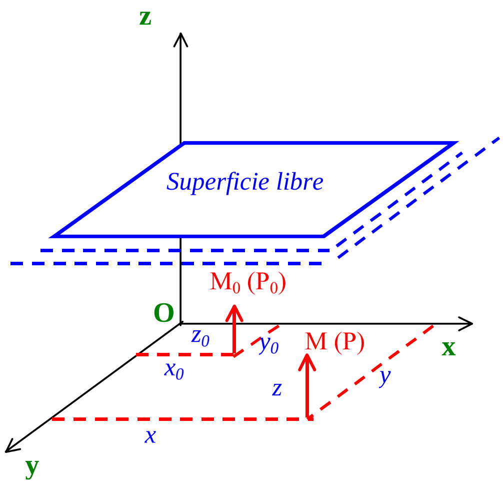

Figura 2.3.

La ecuación fundamental de la Hidrostática quedaría:

$$dP = \rho \cdot (0 \cdot dx + 0 \cdot dy - g \cdot dz)$$

$$dP = -\rho \cdot g \cdot dz \,; \qquad \text{y puesto que} \quad \gamma = \rho \cdot g \qquad dP = -\gamma \cdot dz$$

Integrando la ecuación desde una cota z_0, en la que la presión es P_0, hasta una cota z de presión P, como se esquematiza en la figura 2.4., se obtiene:

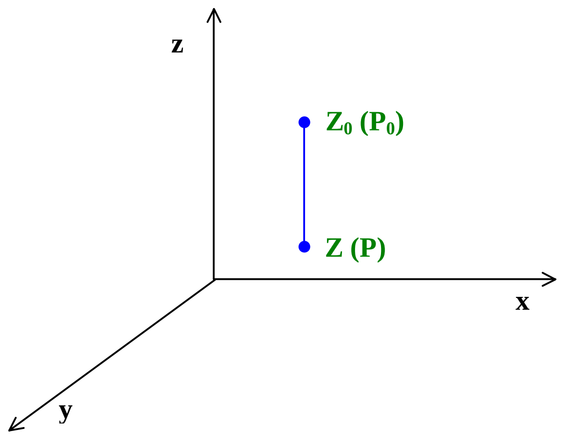

Figura 2.4.

$$\int_{P_0}^{P} dP = \int_{z_0}^{z} -\gamma \cdot dz = -\gamma \cdot \int_{z_0}^{z} dz$$

$$P - P_0 = -\gamma \cdot (z - z_0) \qquad \textbf{[4]}$$

La ecuación [**4**] indica que *la diferencia de presión entre dos puntos de un líquido en equilibrio es igual al peso de una columna del mismo líquido de sección unidad y altura la diferencia de cotas entre ambos puntos*.

Normalmente el origen de las "z" se sitúa en la superficie libre del líquido, de tal forma que $z_0 - z = h$, siendo "h" la profundidad del líquido.

Entonces, según la ecuación [4]:

$$P = P_0 + \gamma \cdot h$$

Y cuando el origen de presiones está en la superficie libre ($P_0 = 0$):

$$P = \gamma \cdot h$$

La ecuación [4] también puede ponerse de la forma:

$$\frac{P - P_0}{-\gamma} = z - z_0 \quad \Rightarrow \quad -\frac{P}{\gamma} + \frac{P_0}{\gamma} = z - z_0$$

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} = z + \frac{P}{\gamma} = cte$$ = ***Altura o cota piezométrica***

Ecuación que indica que *en un líquido incompresible es constante la suma de la altura geométrica o de posición y de la presión unitaria dividida por el peso específico*.

El cociente $\frac{P}{\gamma} = h$, de dimensiones una longitud denominada *altura de presión* (*tema 1, conceptos*), representa la altura *h* de la columna de líquido de peso específico γ capaz de producir la presión *P*.

4. Superficie de nivel en líquidos pesados.

La altura o cota piezométrica $\left(z + \frac{P}{\gamma} = cte\right)$ indica que si en cada punto de un líquido en reposo se levanta un segmento vertical representativo de la altura de presión en ese punto (Fig. 2.5.), los extremos de dichos segmentos se contienen en un mismo plano horizontal, el *plano de carga hidrostático relativo*, que si se prescinde de la presión atmosférica, coincide con la superficie libre del líquido.

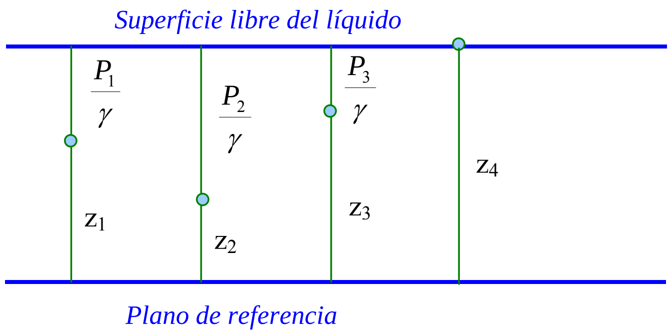

Figura 2.5.

Es evidente que en los líquidos en reposo todas las superficies de nivel son planos horizontales. Para demostrarlo, partimos de la Ecuación de Equilibrio de los líquidos en reposo deducida anteriormente.

$$dP = -\gamma \cdot dz$$

En la superficie de nivel, por su propia definición, todas las presiones son iguales, luego al ser *P* constante, dP = 0.

$$\gamma \cdot dz = 0 \rightarrow \gamma \cdot \int dz = \gamma \cdot z = cte = k \qquad \rightarrow \qquad z = \frac{k}{\gamma} = cte$$

Ecuación que representa a un plano paralelo a la superficie libre del líquido.

5. Variación de la presión con la profundidad. Diagrama de presiones

La presión en un punto de una masa líquida es igual a la presión atmosférica más el peso de la columna de líquido de altura igual a la distancia entre dicho punto y la superficie libre del líquido.

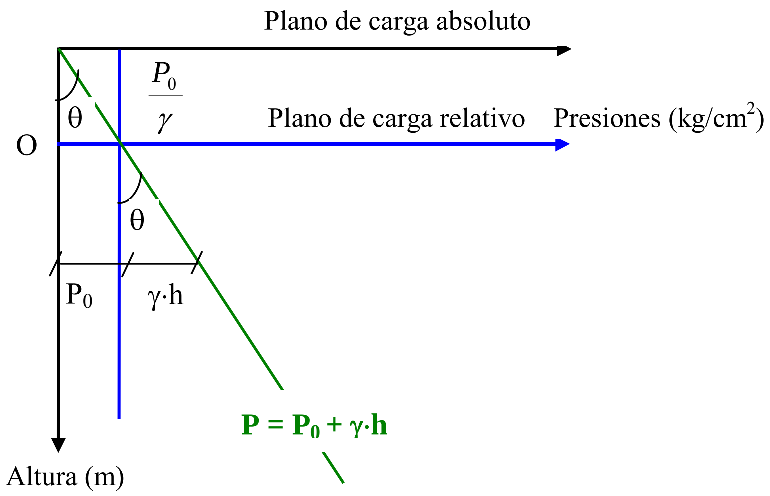

Figura 2.6.

La ecuación $P = P_0 + \gamma \cdot h$ corresponde a una recta, luego indica la variación lineal de la presión con la profundidad del líquido, cuya representación, tomando como eje horizontal las presiones y como eje vertical las profundidades, proporciona el ***diagrama de presiones*** (Fig. 2.6.).

Por regla general, en la práctica se miden las presiones manométricas o relativas, quedando la expresión anterior reducida a $P = \gamma \cdot h$, que es la ecuación de una recta que pasa por el origen y forma un ángulo θ con la vertical, de manera que:

$$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{P}{h} = \gamma$$

6. Presiones sobre superficies planas.

Con frecuencia, un buen aprovechamiento del agua (agrícola, hidroeléctrico, etc.) precisa que sea almacenada para su uso posterior. Para proceder al cálculo de estas estructuras de almacenamiento, el ingeniero debe situar y calcular las fuerzas que van a actuar sobre las paredes.

Cualquier pared plana que contenga un líquido (muros, compuertas, depósitos, etc) soporta, en cada uno de sus puntos, una presión que ha sido definida como la altura de la superficie libre del líquido al punto considerado, siempre que se trate de recipientes abiertos, que es el caso más frecuente en aplicaciones hidrostáticas. Por tanto, todas las fuerzas de presión paralelas, cuya magnitud y dirección se conocen, tendrán una resultante, P, que representa el empuje del líquido sobre una superficie plana determinada, cuyo valor y punto de aplicación vamos a determinar.

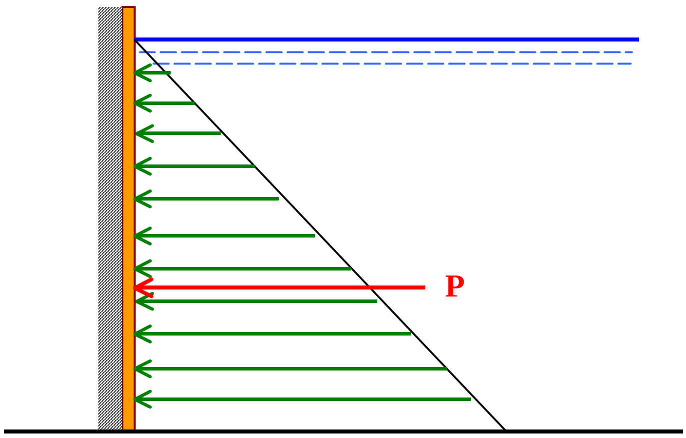

Figura 2.7.

6. 1. Cálculo del valor de la presión total.

Suponemos una pared inclinada que contiene un líquido y que forma con su superficie libre un ángulo θ, tal como muestra la figura 2.8., y en ella un elemento diferencial de superficie $d\omega$.

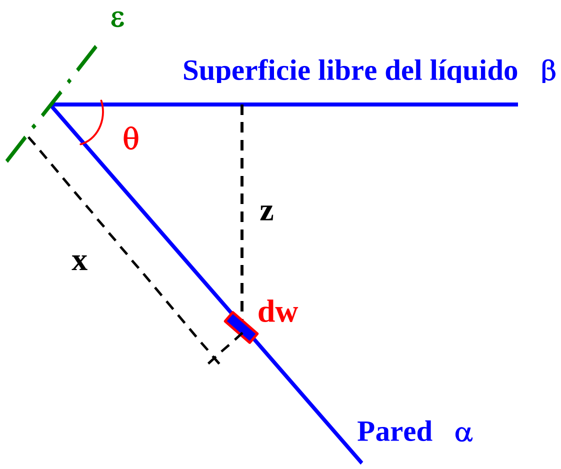

Figura 2.8.

β = Traza del plano que forma la superficie libre de un líquido
α = Traza de una pared plana finita que contiene el líquido
(ambas trazas respecto al plano del papel)

Las trazas de ambos planos forman un ángulo cualquiera θ.

$d\omega$ = Superficie elemental sumergida, de cota z, a una distancia x de la traza de ambos planos, ε.

La presión que actúa con intensidad uniforme sobre $d\omega$ es:

$$dP = P \cdot d\omega = \gamma \cdot z \cdot d\omega \rightarrow dP = \gamma \cdot (x \cdot \text{sen}\ \theta) \cdot d\omega$$

La fuerza de presión total, *p*, que actúa sobre la cara de una superficie plana finita será la integral en toda el área ω, puesto que todos los elementos de fuerza son paralelos.

$$P = \int_\omega \gamma \cdot x \cdot \text{sen}\ \theta \cdot d\omega = \gamma \cdot \text{sen}\ \theta \cdot \int_\omega x \cdot d\omega \qquad \textbf{[5]}$$

$\int_\omega x \cdot d\omega$ es el *momento estático del área* ω *respecto a la traza*

Si G es el cdg de dicha área, su abcisa x_G valdrá:

$$x_G = \frac{\int_\omega x \cdot d\omega}{\int_w d\omega} = \frac{\int_w x \cdot d\omega}{\omega} \rightarrow \int_w x \cdot d\omega = x_G \cdot \omega$$

Sustituyendo en [5] quedará:

$$P = \gamma \cdot \text{sen}\, \theta \cdot x_G \cdot \omega = \gamma \cdot Z_G \cdot \omega = P_G \cdot \omega$$

$$P = P_G \cdot \omega$$

La presión total que ejerce un líquido sobre una superficie plana es el producto del área por la presión hidrostática que actúa sobre su centro de gravedad.

6. 2. Determinación del centro de presión (cdp).

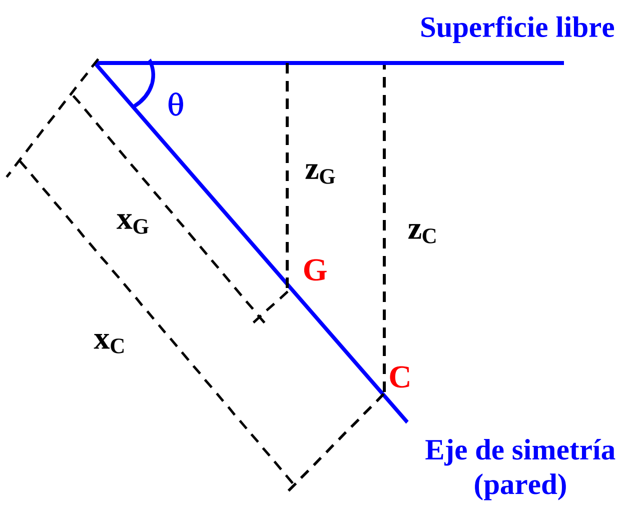

Figura 2.9.

La fuerza de presión resultante, P, cuyo valor se ha obtenido en el punto anterior, tiene su aplicación en el centro de presión C (x_c, y_c , z_c), como se muestra en la figura 2.9.

Para determinar este punto bastará normalmente, en la práctica, con determinar la coordenada x_c. Para ello se toman momentos a lo largo del eje de simetría.

$$P \cdot x_c = \int x \cdot dP$$

A su vez, $dP = P \cdot d\omega = \gamma \cdot z \cdot d\omega$, luego:

$$P \cdot x_c = \int x \cdot \gamma \cdot z \cdot d\omega = \gamma \cdot \int x \cdot z \cdot d\omega$$

como $z = x \cdot \operatorname{sen}\theta$

$$P \cdot x_c = \gamma \cdot \int x^2 \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot d\omega = \gamma \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \int x^2 \cdot d\omega$$

La integral $\int x^2 \cdot d\omega$ representa el *momento de inercia del área ω respecto a la traza ε*, por lo que, aplicando el teorema de Steiner:

$$\int x^2 \cdot d\omega = I_G + {x_G}^2 \cdot \omega$$

Luego $P \cdot x_c = \gamma \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \left(I_G + {x_G}^2 \cdot \omega\right)$

$$x_c = \frac{\gamma \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \left(I_G + {x_G}^2 \cdot \omega\right)}{P} = \frac{\gamma \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot \left(I_G + {x_G}^2 \cdot \omega\right)}{\gamma \cdot \operatorname{sen}\theta \cdot x_G \cdot \omega}$$

Ya que $P_{Total} = P_{unitaria} \cdot \omega$
$P_{unitaria} = P = \gamma \cdot z = \gamma \cdot x \cdot \operatorname{sen}\theta$
Si P = P_G, entonces $P = \gamma \cdot x_G \cdot \operatorname{sen}\theta$

$$x_c = \frac{\left(I_G + {x_G}^2 \cdot \omega\right)}{x_G \cdot \omega}$$

$$x_c = x_G + \frac{I_G}{x_G \cdot \omega}$$

Con lo que se demuestra que *el centro de presión está por debajo del centro de gravedad*.

Si fuera necesario calcular las coordenadas y_c, z_c, las ecuaciones a utilizar serían análogas a las utilizadas para la determinación de x_c.

$$P \cdot y_c = \int y \cdot \gamma \cdot z \cdot d\omega = \gamma \cdot \int y \cdot z \cdot d\omega$$

$$P \cdot z_c = \int z \cdot \gamma \cdot z \cdot d\omega = \gamma \cdot \int z^2 \cdot d\omega$$

6. 3. Casos más frecuentes en la práctica.

Primer caso: <u>Pared rectangular inclinada</u>

El muro (Fig. 2.10) tiene una pared inclinada rectangular que contiene un líquido, de profundidad $z = BD$. La recta AB es el eje de simetría de la pared rectangular y contiene el cdg G y el cdp C. AD representa el diagrama de presión hidrostática considerando el líquido de γ = 1 (Recordar que $p = \gamma \cdot z$).

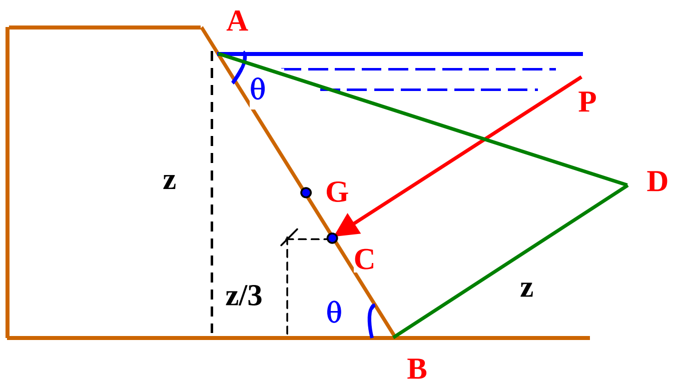

Figura 2.10.

La presión total del líquido sobre la pared, suponiendo que su anchura es b, será:

$$P = P_G \cdot \omega = \gamma \cdot z_G \cdot \omega = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot x_G \cdot \omega$$

El cdg coincidirá con en el centro geométrico de la pared.

Si AB = h $\rightarrow$ $x_G = \frac{h}{2}$ y $\omega = b \cdot h$

Entonces:

$$P = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot \frac{h}{2} \cdot b \cdot h$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot b \cdot h^2 \cdot \text{sen}\,\theta$$

Es el peso del prisma de base $h \cdot z$ *y altura b.*

Esta presión resultante estaría aplicada en:

$$x_c = x_G + \frac{I_G}{x_G \cdot \omega} = \frac{h}{2} + \frac{b \cdot \frac{h^3}{12}}{\frac{h}{2} \cdot b \cdot h} = \frac{h}{2} + \frac{h}{6} = \frac{3 \cdot h + h}{6} = \frac{4 \cdot h}{6}$$

$$x_c = \frac{2}{3} \cdot h$$

Segundo caso: <u>**Pared rectangular vertical**</u>

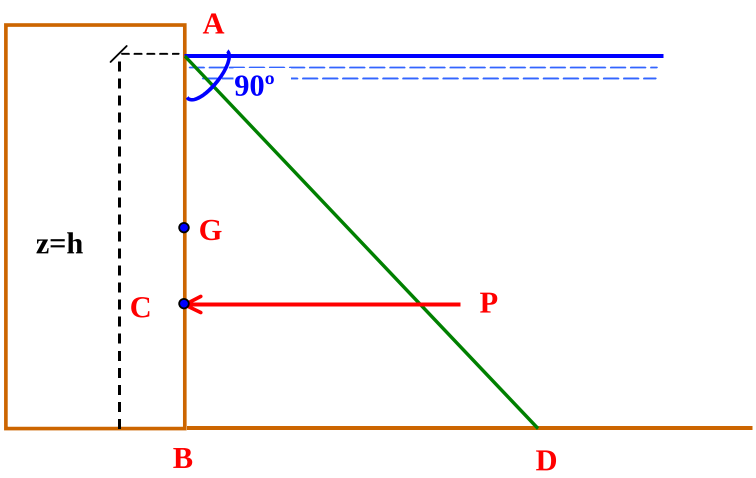

Figura 2.11.

Es un caso particular del anterior con θ = 90º, por lo que sen θ = 1.

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot b \cdot h^2$$

La presión hidrostática sobre el elemento de pared AB equivale al peso del prisma de líquido de base triangular ABD y altura b, aplicado en C, siendo $x_c = \frac{2}{3} \cdot h$.

Tercer caso: **Pared rectangular sumergida e inclinada**

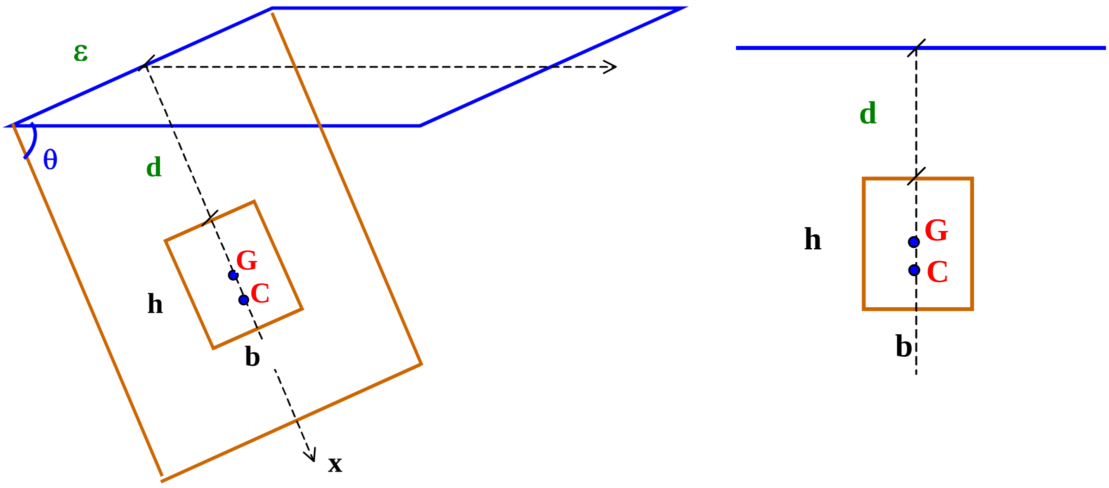

Figura 2.12.

La pared rectangular, de superficie ω = b·h, está sumergida a una distancia d de la superficie libre del líquido. Es el caso de una compuerta rectangular (Fig. 2.12).

La presión total que actúa sobre ella será:

$$P = P_G \cdot \omega = \underbrace{\gamma \cdot z_G}_{p_G} \cdot \omega = \gamma \cdot \underbrace{\text{sen}\,\theta \cdot x_G}_{z_G} \cdot \omega = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot \underbrace{\left(d + \frac{h}{2}\right)}_{x_G} \cdot b \cdot h$$

$$P = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot \left(d + \frac{h}{2}\right) \cdot b \cdot h$$

Cuarto caso: **Pared rectangular sumergida y vertical**

$z_G \equiv x_G \qquad\qquad x_G = d + \frac{h}{2}$

Caso particular del anterior con θ = 90º, por lo que sen θ = 1.

$$P = P_G \cdot \omega = \gamma \cdot z_G \cdot \omega = \gamma \cdot x_G \cdot \omega = \gamma \cdot \left(d + \frac{h}{2}\right) \cdot b \cdot h$$

$$P = \gamma \cdot \left(d + \frac{h}{2}\right) \cdot b \cdot h$$

Quinto caso: **Pared circular sumergida e inclinada**

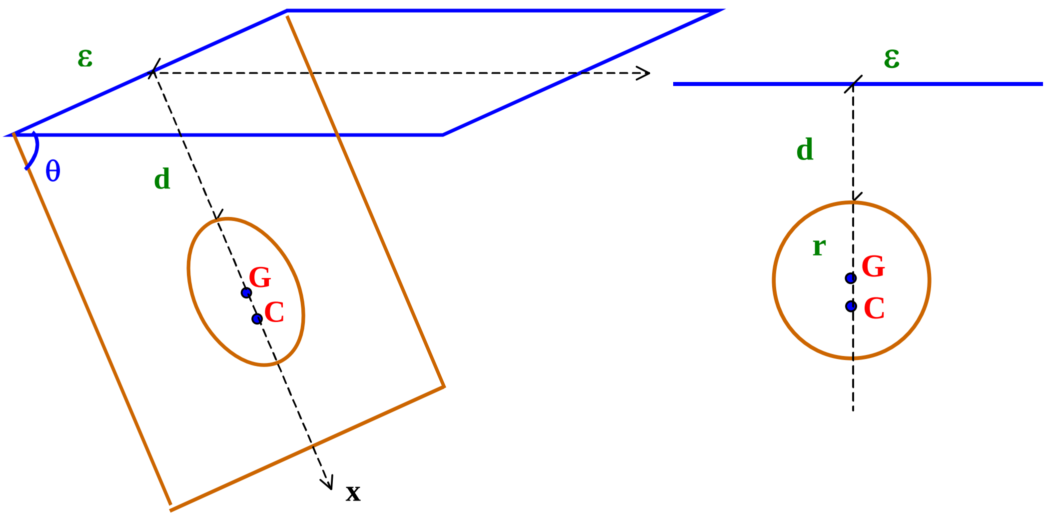

Figura 2.13.

$$P = P_G \cdot \omega = \gamma \cdot z_G \cdot \omega = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot x_G \cdot \omega$$

siendo: $x_G = d + r$

$\omega = \pi \cdot r^2$

Luego: $P = \gamma \cdot \text{sen}\,\theta \cdot (d + r) \cdot \pi \cdot r^2$

El cdp estará situado en:

$$x_c = x_G + \frac{I_G}{x_G \cdot \omega}$$

$$x_G = d + r$$

$$I_G = \frac{\pi \cdot D^4}{64} = \frac{\pi \cdot (2 \cdot r)^2}{64} = \frac{\pi \cdot r^4}{4}$$

$$\omega = \pi \cdot r^2$$

$$x_c = d + r + \frac{\frac{\pi \cdot r^4}{4}}{(d + r) \cdot \pi \cdot r^2}$$

$$x_c = d + r + \frac{r^2}{4 \cdot (d + r)}$$

Sexto caso: <u>**Pared circular sumergida y vertical**</u>

Caso particular del anterior con θ = 90º, por lo que sen θ = 1.

$$p = \gamma \cdot (d + r) \cdot \pi \cdot r^2$$

6. 4. Presión total sobre una pared plana rectangular con líquido a ambos lados.

Supongamos una pared rectangular que contiene por ambas caras un líquido de peso específico γ (Fig. 2.14). En este caso, sobre la misma pared se ejercen dos presiones hidrostáticas paralelas de sentido contrario. Se trata de determinar la presión resultante *p* y su punto de aplicación *C*.

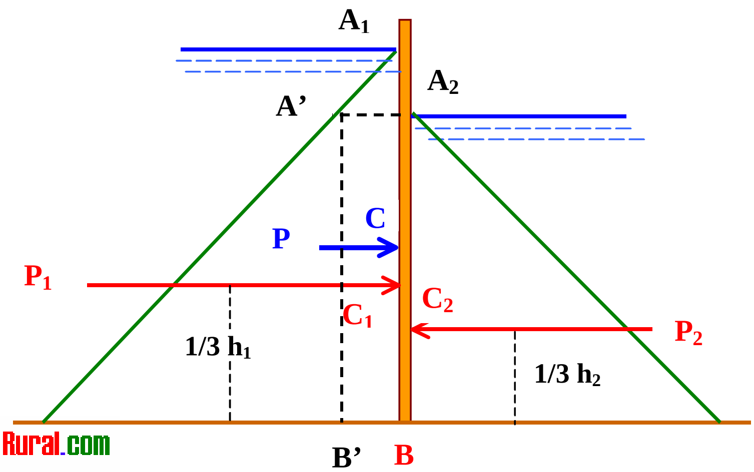

Figura 2.14.

Si h_1 y h_2 son las profundidades respectivas del agua, la presión a cada lado de la pared (caso de paredes rectangulares verticales) será:

$$P_1 = \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot h_1^{\,2}$$
$$P_2 = \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot h_2^{\,2}$$

Puesto que se trata de fuerzas paralelas y de sentido contrario, la resultante será su diferencia:

$$P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot\left(h_1^{\,2} - h_2^{\,2}\right)$$

Para determinar C, se toman momentos respecto a B:

$$P\cdot\overline{CB}P_1\cdot\overline{C_1B} - P_2\cdot\overline{C_2B}$$

$$\overline{C_1B} = \frac{1}{3}\cdot h_1$$
$$\overline{C_2B} = \frac{1}{3}\cdot h_2$$

Sustituyendo los valores de P_1, P_2, $\overline{C_1B}$ y $\overline{C_2B}$, se obtiene:

$$\frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot\left(h_1^{\,2} - h_2^{\,2}\right)\cdot\overline{CB} = \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot h_1^{\,2}\cdot\frac{1}{3}\cdot h_1 - \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot b\cdot h_2^{\,2}\cdot\frac{1}{3}\cdot h_2$$

$$\overline{CB} = \frac{1}{3}\cdot\frac{h_1^{\,3} - h_2^{\,3}}{h_1^{\,2} - h_2^{\,2}}$$

$$h_1^{\,3} - h_2^{\,3} = \left(h_1 - h_2\right)\cdot\left(h_1^{\,2} + h_2^{\,2} + h_1\cdot h_2\right)$$
$$h_1^{\,2} - h_2^{\,2} = \left(h_1 + h_2\right)\cdot\left(h_1 - h_2\right)$$

$$\overline{CB} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1^2 + h_2^2 + h_1 \cdot h_2}{h_1 + h_2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1 \cdot (h_1 + h_2) + h_2^2}{h_1 + h_2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{h_1 \cdot (h_1 + h_2)}{h_1 + h_2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_2^2}{h_1 + h_2}$$

$$\overline{CB} = \frac{1}{3} \cdot h_1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{h_2^2}{h_1 + h_2}$$

Que demuestra que *el punto de aplicación de la fuerza de presión resultante se encuentra por encima del punto C_1, punto de aplicación de la presión P_1*.

La presión total sobre la pared viene representada por el prisma de presiones de base $A_1A'B'B$ y de altura b.